

Άσκηση 9

Προσδιορισμός του συντελεστή εσωτερικής τριβής υγρών

1. Σκοπός

Σκοπός της άσκησης είναι ο πειραματικός προσδιορισμός του συντελεστή εσωτερικής τριβής (ιξώδες) ενός υγρού

2. Βασικές θεωρητικές γνώσεις

2.1 Ρευστά

Η ύλη στην στερεά της κατάσταση παρουσιάζει εν γένει σημαντική αντίσταση σε όλες τις μεταβολές του σχήματός της. Αντίθετα, στην υγρή και στην αέρια μορφή της δεν έχει στέρεα δομή ή σχήμα. Αυτές οι καταστάσεις της ύλης που αλλάζουν εύκολα σχήμα ονομάζονται **ρευστά**.

Τα **υγρά** παρουσιάζουν μικρή συμπιεστότητα, με αποτέλεσμα να παραμορφώνεται το σχήμα τους χωρίς σημαντική μεταβολή του όγκου τους. Η μικρή συμπιεστότητα των υγρών έχει ως συνέπεια η πυκνότητά τους να είναι σχεδόν σταθερή σε όλη την έκτασή τους. Αντίθετα, τα αέρια αλλάζουν εύκολα τον όγκο τους και διαστέλλονται αυθόρμητα.

Το γεγονός ότι τα ρευστά δεν ανθίστανται σε μεταβολές του σχήματός τους σημαίνει ότι στο εσωτερικό τους δεν αναπτύσσονται στην επιφάνεια συνεπαφής μεταξύ γειτονικών στρωμάτων του ρευστού δυνάμεις τριβής.

Οι παραπάνω ιδιότητες ισχύουν απολύτως μόνο στα ονομαζόμενα **ιδανικά ρευστά**, δηλαδή τα ιδανικά ρευστά έχουν τις εξής ιδιότητες: α) **είναι ασυμπίεστα** (η πυκνότητά του είναι σταθερή σε όλη την έκτασή τους) και β) **δεν έχουν εσωτερικές τριβές (ιξώδες)**.

2.1 Είδη ροής - Εσωτερική τριβή

Η κίνηση ενός ρευστού (ροή) διακρίνεται σε δύο είδη αναλόγως με το εάν η ταχύτητα σε δεδομένο σημείο της ροής παραμένει σταθερή με το χρόνο ή όχι. Έτσι, η ροή κατά την οποία σε δεδομένο σημείο της η ταχύτητα του ρευστού είναι χρονικά σταθερή ονομάζεται **στρωτή ροή** ενώ στην αντίθετη περίπτωση ονομάζεται **τυρβώδης**. Έχει παρατηρηθεί ότι μια στρωτή ροή μπορεί να μεταπέσει σε τυρβώδη όταν μεγαλώσει αρκετά η ταχύτητα. Η ταχύτητα για την οποία συμβαίνει αυτή η μετάβαση ονομάζεται **κρίσιμη ταχύτητα**.

Προσδιορισμός του συντελεστή εσωτερικής τριβής υγρών

Ας θεωρήσουμε στη συνέχεια ένα σώμα σφαιρικού σχήματος το οποίο κινείται μέσα σε ένα ρευστό.

A) Στρωτή ροή

Στην περίπτωση στρωτής ροής, η δύναμη αντίστασης (F_D) που δέχεται το σφαιρικό σώμα κατά την κίνησή του μέσα στο ρευστό δίδεται από τον νόμο του Stokes:

$$F_D = 6\pi \cdot n \cdot r \cdot v \quad (1)$$

όπου r και v είναι η ακτίνα και η ταχύτητα του σφαιρικού σώματος αντιστοίχως. Στην παραπάνω σχέση ο συντελεστής n ονομάζεται **συντελεστής εσωτερικής τριβής** (ή **ιξώδες**) του υγρού. Παρατηρούμε ότι σύμφωνα με το νόμο του Stokes, η δύναμη αντίστασης που υφίσταται το σώμα κατά την κίνησή του μέσα στο υγρό αυξάνεται με την αύξηση της ταχύτητας του σώματος.

Ο συντελεστής εσωτερικής τριβής n αποτελεί χαρακτηριστική ιδιότητα του ρευστού και εξαρτάται μόνο από τις μοριακές ιδιότητες του ρευστού και από την θερμοκρασία. Στα υγρά ο συντελεστής ιξώδους μειώνεται με τη θερμοκρασία εν' αντιθέσει με τα αέρια.

Μονάδες του συντελεστή τριβής στο σύστημα C.G.S είναι το Poise:

$$1 \text{ Poise} = 1 \text{ gr} \cdot \text{cm}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$$

B) Τυρβώδης ροή

Στην περίπτωση τυρβώδους ροής, η δύναμη αντίστασης (F_D) που υφίσταται ένα σώμα που κινείται μέσα σε ρευστό αποδεικνύεται ότι δίδεται από τη σχέση:

$$F_D = C_D \cdot \frac{1}{2} \rho \cdot v^2 \cdot r^2 \quad (2)$$

όπου ρ είναι η πυκνότητα του υγρού, v είναι η ταχύτητα του σώματος ενώ ο όρος r^2 παριστά την εκτεθειμένη στη ροή μετωπική επιφάνεια του σώματος. Η σταθερά C_D ονομάζεται συντελεστής αντίστασης.

Παρατηρούμε στην παραπάνω σχέση ότι η δύναμη τριβής (F_D) που υφίσταται ένα σώμα μέσα σε τυρβώδη ροή είναι ανάλογη της μετωπικής του επιφάνειας (r^2), της ταχύτητας (v) του ρευστού, της πυκνότητας του ρευστού και του συντελεστή αντίστασης (C_D). Ο συντελεστής αντίστασης (C_D) εξαρτάται από το ιξώδες αλλά και από το σχήμα του σώματος. Όσον αφορά στην εξάρτηση του συντελεστή αντίστασης από το σχήμα του σώματος, μεγάλο ρόλο παίζει η μορφή του πίσω τμήματος του σώματος. Με κατάλληλη διαμόρφωση αυτού του σχήματος μειώνεται ο συντελεστής αντίστασης (αεροδυναμικό σχήμα).

2.2 Κίνηση σώματος μέσα σε ρευστό

Προκειμένου να μελετήσουμε την κίνηση ενός σωματιδίου μέσα σε ρευστό (στρωτή ροή) ας θεωρήσουμε έναν γυάλινο κυλινδρικό σωλήνα ακτίνας R και ύψους h εντός του οποίου περιέχεται υγρό αγνώστου συντελεστή εσωτερικής τριβής. Έστω

Προσδιορισμός του συντελεστή εσωτερικής τριβής υγρών

ότι αφήνουμε να πέσει εντός του δοχείου ένα σφαιρίδιο πολύ μικρής ακτίνας r_σ ($r_\sigma \ll R$ και $r_\sigma \ll h$).

Σε τυχαία χρονική στιγμή οι δυνάμεις που ασκούνται πάνω στο σφαιρίδιο είναι (σχήμα 1):

α) το βάρος του σφαιριδίου (B):

$$B = \rho_\sigma g V \quad (3),$$

όπου ρ_σ είναι η πυκνότητά της και V είναι ο όγκος της:

$$V = \frac{4}{3} \pi r_\sigma^3 \quad (4)$$

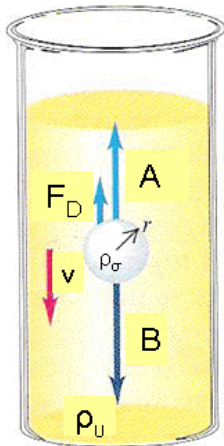
β) η άνωση (A) :

$$A = \rho_\nu g V \quad (5)$$

όπου ρ_ν είναι η πυκνότητα του υγρού που περιέχεται στον κυλινδρικό σωλήνα

γ) Η αντίσταση F_D η οποία εφόσον η ροή είναι στρωτή δίδεται από το νόμο του Stokes:

$$F_D = 6\pi \cdot nr_\sigma v$$



Σχήμα 1: Δυναμική σώματος μέσα σε πραγματικό ρευστό (στρωτή ροή)

Υπό την επίδραση αυτών των δυνάμεων, το σφαιρίδιο πέφτει μέσα στο υγρό επιταχυνόμενο. Καθώς όμως αυξάνεται η ταχύτητά του (σύμφωνα με το νόμο του Stokes) αυξάνεται και η αντίσταση F_D που υφίσταται, με αποτέλεσμα κάποια στιγμή οι δυνάμεις που ασκούνται πάνω στο σφαιρίδιο να εξισορροπούνται:

$$\vec{F}_{ολ} = \vec{F}_D + \vec{A} + \vec{B} = 0$$

ή

$$F_D + A - B = 0 \quad (6)$$

Από τη στιγμή αυτή και μετά (αφού η συνισταμένη των δυνάμεων που δρουν πάνω στο σώμα είναι μηδενική), το σφαιρίδιο κινείται ομαλά με ταχύτητα v_{op} (οριακή ταχύτητα).

Σύμφωνα με τα παραπάνω, αντικαθιστώντας τις σχέσεις (3), (4) και (5) στη σχέση (6), ισχύει:

$$6\pi \cdot nr_\sigma v_{op} + (\rho_\nu - \rho_\sigma) g \cdot \frac{4}{3} \pi r_\sigma^3 = 0$$

Επομένως ο συντελεστής εσωτερικής τριβής υπολογίζεται από τη σχέση:

$$n = \frac{2g(\rho_\sigma - \rho_\nu)}{9v_{op}} r_\sigma^2 \quad (7)$$

Η παραπάνω σχέση ισχύει με την υπόθεση ότι το δοχείο του ρευστού έχει άπειρες διαστάσεις. Στην πράξη οι διαστάσεις του σωλήνα είναι προφανώς πεπερασμένες και συνεπώς στην μετρούμενη τιμή του συντελεστή εσωτερικής τριβής θα πρέπει να γίνει διόρθωση λόγω των τοιχωμάτων του σωλήνα (wall effect). Μελέτες έχουν δείξει ότι η εν λόγω διόρθωση δίδεται από τη σχέση:

Προσδιορισμός του συντελεστή εσωτερικής τριβής υγρών

$$n_{\pi} = n_{\mu} \left(1 - 2.1 \frac{r_{\sigma}}{R} \right) \quad (8)$$

όπου n_{π} είναι η πραγματική τιμή του συντελεστή εσωτερικής τριβής, n_{μ} είναι η μετρούμενη τιμή του (σχέση 7) και R είναι η ακτίνα του σωλήνα

Συνδυάζοντας την παραπάνω σχέση με τη σχέση (7), η πραγματική τιμή του συντελεστή τριβής υπολογίζεται από τη σχέση:

$$n = \frac{2g(\rho_{\sigma} - \rho_{\nu})}{9\nu_{\sigma\rho}} r_{\sigma}^2 \cdot \left(1 - 2.1 \frac{r_{\sigma}}{R} \right) \quad (9)$$

3. Πειραματική Διάταξη

Ο απαιτούμενος εξοπλισμός για την πειραματική διαδικασία είναι ο ακόλουθος:

- Κυλινδρικός σωλήνας που περιέχει υγρό.
- Μικρά σφαιρίδια ίδιας διαμέτρου και πυκνότητας
- Χρονόμετρο
- Μικρόμετρο

Δίδονται:

- η ακτίνα του στομίου του κυλινδρικού σωλήνα: $R = 1.5\text{cm}$,
- η μάζα των σφαιριδίων: $m = 0.14\text{gr}$,
- η πυκνότητα του υγρού: $\rho_{\nu} = 0.78\text{gr/cm}^3$,
- η επιτάχυνση της βαρύτητας: $g = 9.81\text{cm/s}^2$
-

Η πειραματική διάταξη φαίνεται στο σχήμα (2)



Σχήμα 2: Πειραματική διάταξη για τον προσδιορισμό του συντελεστή εσωτερικής τριβής υγρού

Προσδιορισμός του συντελεστή εσωτερικής τριβής υγρών

4. Λήψη και επεξεργασία μετρήσεων

4.1 Μέτρηση της πυκνότητας των σφαιριδίων

Προσδιορίστε την πυκνότητα ρ_σ των σφαιριδίων από τη σχέση:

$$\rho_\sigma = \frac{m_\sigma}{V_\sigma} = \frac{m_\sigma}{\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r_\sigma^3}$$

Προς τούτο μετρήστε με μικρόμετρο τη διάμετρο d_σ δέκα σφαιριδίων και βρείτε τη μέση τιμή της διαμέτρου. Στη συνέχεια βρείτε τη μέση τιμή της ακτίνας r_σ . Καταχωρίστε τα αποτελέσματά σας στον πίνακα Ι:

Πίνακας Ι : Υπολογισμός πυκνότητας σφαιρών

	Διάμετρος σφαιριδίων d_σ (cm)	Μέση τιμή διαμέτρου \bar{d}_σ (cm)	Μέση τιμή ακτίνας \bar{r}_σ (cm)	Πυκνότητα σφαιριδίων ρ_σ (gr/cm^3)
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				

4.2 Μέτρηση της οριακής ταχύτητας και υπολογισμός του συντελεστή εσωτερικής τριβής

1. Σημειώστε στο σωλήνα δύο σημεία Α και Β, όπου το Α πρέπει να είναι αρκετά εκατοστόμετρα κάτω από την επιφάνεια του ρευστού (έτσι ώστε όταν το σφαιρίδιο που θα ρίξετε μέσα στο σωλήνα περάσει από το σημείο Α να έχει ήδη αποκτήσει οριακή ταχύτητα).

2. Ρίξτε μέσα στο σωλήνα ένα σφαιρίδιο και με το χρονόμετρο μετρήστε το χρόνο t που χρειάστηκε το σφαιρίδιο για να διανύσει την απόσταση $S=AB$.

3. Επαναλάβετε τη μέτρηση δέκα φορές και καταχωρίστε τις μετρήσεις σας στον πίνακα ΙΙ.

Προσδιορισμός του συντελεστή εσωτερικής τριβής υγρών

Πίνακας ΙΙ: Μέτρηση οριακής ταχύτητας

	Απόσταση S=AB (cm)	Χρόνος t (s)	Οριακή ταχύτητα v_{op} (cm/s)	Μέση τιμή οριακής ταχύτητας \bar{v}_{op} (cm/s)
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				

Χρησιμοποιώντας τη μέση τιμή της οριακής ταχύτητας \bar{v}_{op} και της πυκνότητας $\bar{\rho}_\sigma$ των σφαιριδίων που υπολογίσατε στα προηγούμενα βήματα, υπολογίστε τον συντελεστή εσωτερικής τριβής από τη σχέση:

$$n = \frac{2g(\rho_\sigma - \rho_\nu)}{9v_{op}} r_\sigma^2 \cdot \left(1 - 2.1 \frac{r_\sigma}{R}\right)$$