

Άσκηση 8

Προσδιορισμός της πυκνότητας με τη μέθοδο της άνωσης

1. Σκοπός

Σκοπός της άσκησης είναι ο πειραματικός προσδιορισμός της πυκνότητας στερεών και υγρών με τη μέθοδο της άνωσης

2. Βασικές Θεωρητικές γνώσεις

2.1 Μάζα σώματος

Μάζα ενός σώματος ονομάζεται η ποσότητα της ύλης από την οποία αποτελείται.

Στο σύστημα μονάδων SI η μάζα μετράται σε χιλιόγραμμα (kg), ενώ στο σύστημα μονάδων CGS σε γραμμάρια (g).

2.2 Βάρος σώματος

Ένα σώμα μάζας m μπορεί να θεωρηθεί ότι αποτελείται από ένα μεγάλο αριθμό σωματιδίων μάζας Δm . Επειδή κάθε στοιχειώδη μάζα Δm ευρισκόμενη εντός βαρυτικού πεδίου υφίσταται στοιχειώδη δύναμη ΔB , το σώμα υφίσταται μια συνισταμένη δύναμη με φορά προς τα κάτω, η οποία ονομάζεται βάρος του σώματος. Το σημείο εφαρμογής αυτής δύναμης ονομάζεται κέντρο βάρους.

Το βάρος (B) ενός σώματος υπολογίζεται από το νόμο παγκόσμιας έλξης του Νεύτωνα:

$$B = G \frac{M_{\Gamma} \cdot m}{R^2} \quad (1)$$

όπου M_{Γ} είναι η μάζα της Γης, m είναι η μάζα του σώματος, R είναι η ακτίνα της Γης και G είναι μια σταθερά η οποία ονομάζεται παγκόσμια βαρυτική σταθερά με τιμή: $G = 6.672 \times 10^{-11} \frac{N \cdot m^2}{kg^2}$.

Στην παραπάνω σχέση η ποσότητα $G \frac{M_{\Gamma}}{R^2}$ έχει διαστάσεις επιτάχυνσης και ονομάζεται επιτάχυνση της βαρύτητας (g). Έτσι η σχέση (1) γράφεται:

$$B = m \cdot g \quad (2)$$

Μονάδα του βάρους στο σύστημα μονάδων SI και CGS είναι το $1Nt = \frac{1kg \cdot m}{s^2}$
και $1dyn = \frac{1g \cdot m}{s^2}$ αντιστοίχως. Στο τεχνικό σύστημα μονάδων μονάδα του βάρους
είναι το: $1kp = 10^3 p$.

Οι σχέσεις μεταξύ των παραπάνω μονάδων είναι:

$$1kp = 9.81Nt$$

και επειδή $1Nt = 10^5 dyn$ έπεται ότι:

$$1p = 9.81dyn$$

2.3 Πυκνότητα

Ως πυκνότητα (ρ) ενός σώματος ορίζεται το πηλίκο της μάζας του (m) ως προς τον όγκο του (V):

$$\rho = \frac{m}{V} \quad (3)$$

Σώματα τα οποία έχουν σταθερή πυκνότητα σε όλη την έκτασή τους ονομάζονται ομογενή.

Η πυκνότητα κάθε σώματος είναι χαρακτηριστική του σώματος και για σταθερές συνθήκες εξαρτάται μόνο από το υλικό από το οποίο αποτελείται.

Μονάδα της πυκνότητας στο σύστημα μονάδων SI και CGS αντιστοίχως είναι:

$$\frac{1kg}{m^3} \quad \text{και} \quad \frac{1g}{cm^3}$$

Για αέρια σώματα, η πυκνότητα μεταβάλλεται όταν μεταβάλλεται η πίεση ή/και η θερμοκρασία ενώ η πυκνότητα των υγρών και στερεών σωμάτων είναι πρακτικά σταθερή.

2.4 Ειδικό βάρος

Το ειδικό βάρος (ε) ενός ομογενούς σώματος ορίζεται ως το πηλίκο του βάρους του (B) ως προς τον όγκο του (V):

$$\varepsilon = \frac{B}{V} \quad (4)$$

Μονάδα του ειδικού βάρους στο σύστημα μονάδων SI και CGS είναι αντιστοίχως:

$$\frac{1N}{m^3} \quad \text{και} \quad \frac{1dyn}{cm^3} = \frac{1p}{981 \cdot cm^3}$$

Στο τεχνικό σύστημα μονάδων μονάδα του ειδικού βάρους είναι: $\frac{1kp}{m^3}$

Η σχέση που συνδέει την πυκνότητα και το ειδικό βάρος ενός σώματος υπολογίζεται ως εξής:

Από τον ορισμό του ειδικού βάρους προκύπτει ότι: $\varepsilon = \frac{B}{V} = \frac{m \cdot g}{V}$ και επειδή $\rho = \frac{m}{V}$, έπεται ότι:

$$\varepsilon = \rho \cdot g \quad (5)$$

Παρατήρηση: η αριθμητική τιμή της πυκνότητας ενός σώματος σε $\frac{g}{cm^3}$ και του ειδικού βάρους του σε $\frac{p}{cm^3}$ είναι ίσες. Πράγματι, για παράδειγμα για το νερό ισχύει:

$\rho_{νερό} = \frac{1g}{cm^3}$. Εξάλλου το ειδικό βάρος του νερού είναι:

$$\varepsilon_{νερό} = \rho \cdot g = \frac{1g}{cm^3} \cdot 9.81 \frac{cm}{s^2} = 981 \frac{dyn}{cm^3}$$

και δεδομένου ότι $1p = 981dyn$ προκύπτει ότι:

$$\varepsilon_{νερό} = \frac{1p}{cm^3}$$

2.5 Πίεση

Πίεση (P) ονομάζεται το πηλίκο της δύναμης (F) που ασκείται κάθετα σε μια επιφάνεια προς το εμβαδόν (A) της επιφάνειας αυτής.

$$P = \frac{F}{A} \quad (6)$$

Μονάδα μέτρησης της πίεσης στο σύστημα μονάδων SI είναι το Pascal(Pa):

$$1Pa = \frac{1N}{m^2}.$$

Άλλες μονάδες πίεσης είναι οι εξής:

- η ατμοσφαιρική πίεση στο επίπεδο της θάλασσας: $1atm = 1.01325 \times 10^5 Pa$
- το bar: $1bar = 10^5 Pa$
- το torr: $1atm = 760torr = 760mmHg$

2.6 Υδροστατική πίεση

Υδροστατική πίεση (P) είναι η πίεση που επικρατεί στο εσωτερικό ενός υγρού που ισορροπεί εντός δοχείου, η οποία οφείλεται στο βάρος των υπερκείμενων στρωμάτων του υγρού.

Αποδεικνύεται ότι η υδροστατική πίεση (P) σε ένα σημείο που βρίσκεται σε βάθος h εξαρτάται μόνο από την πυκνότητα (ρ) του ρευστού και από το βάθος (h) από την επιφάνεια ενός υγρού:

$$P = \rho \cdot g \cdot h \quad (7)$$

Σε περίπτωση που η επιφάνεια του υγρού είναι ελεύθερη στην ατμόσφαιρα (οπότε το υγρό υφίσταται πίεση ίση με την ατμοσφαιρική P_{atm}) η πίεση σε βάθος h είναι:

$$P = P_{atm} + \rho \cdot g \cdot h \quad (8)$$

2.7 Άνωση

Αν θεωρήσουμε ένα σώμα μερικώς ή ολικώς βυθισμένο σε υγρό τότε κάθε στοιχειώδης επιφάνεια του επειδή βρίσκεται σε διαφορετικό βάθος δέχεται εξαιτίας της υδροστατικής πίεσης δύναμη διαφορετικού μέτρου. Η συνισταμένη όλων των δυνάμεων που υφίσταται το βυθισμένο σώμα ονομάζεται άνωση, έχει δε σημείο εφαρμογής το κέντρο μάζας του και φορά προς τα επάνω.

Σύμφωνα με την αρχή του Αρχιμήδη, το μέτρο της άνωσης ισούται με το βάρος του ρευστού που εκτοπίζει το σώμα.

$$A = \rho_{υγρ} \cdot V_{εκτ} \cdot g \quad (9)$$

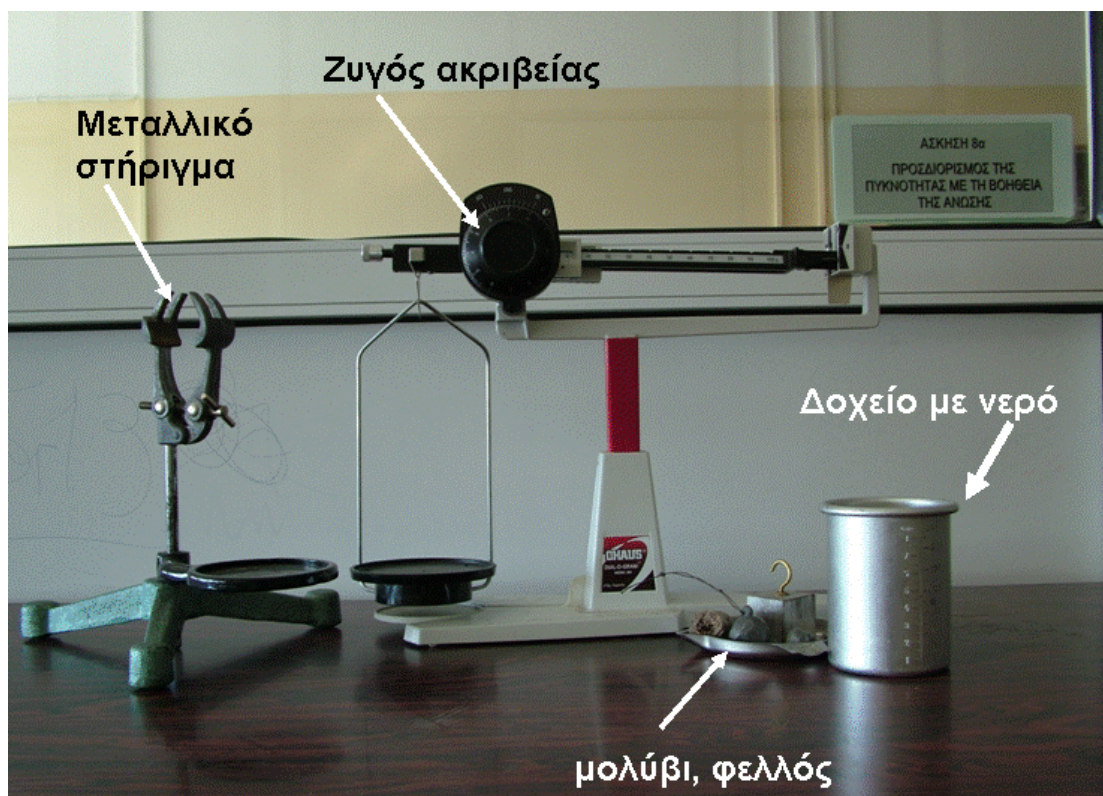
Προφανώς στην περίπτωση που το σώμα είναι εξ' ολοκλήρου βυθισμένο στο υγρό, ο όγκος του εκτοπιζόμενου υγρού ισούται με τον όγκο του σώματος.

3. Πειραματική Διάταξη

Ο απαιτούμενος εξοπλισμός για την πειραματική διαδικασία είναι ο ακόλουθος:

- Ζυγός ακριβείας
- Σώμα πυκνότητας μεγαλύτερης από την πυκνότητα του νερού (μολύβι)
- Σώμα πυκνότητας μικρότερης από την πυκνότητα του νερού (φελλός)
- Δοχείο με υγρό άγνωστης πυκνότητας (οινόπνευμα)
- Δοχείο με νερό
- Μεταλλικό στήριγμα

Η πειραματική διάταξη φαίνεται στο σχήμα (1)



Σχήμα 1: Πειραματική διάταξη για τον προσδιορισμό της πυκνότητας στερεών και υγρών

4 Λήψη και επεξεργασία μετρήσεων

Στην παρούσα εργαστηριακή άσκηση προσδιορίζεται πειραματικά:

- α) η πυκνότητα ενός στερεού που έχει πυκνότητα μεγαλύτερη του νερού
- β) η πυκνότητα στερεού με πυκνότητα μικρότερη του νερού
- γ) η πυκνότητα ενός υγρού

4.1 Μέτρηση της πυκνότητας στερεού σώματος με πυκνότητα μεγαλύτερης του νερού

Χρησιμοποιήστε σώμα με πυκνότητα μεγαλύτερη εκείνης του νερού (οπότε το σώμα βυθίζεται εξ' ολοκλήρου στο νερό).

1. Κάνετε τις απαραίτητες ρυθμίσεις στο ζυγό ακριβείας με λεπτούς και αργούς χειρισμούς ώστε η φάλαγγα του ζυγού να ισορροπήσει.
2. Κρεμάστε το σώμα του οποίου θα προσδιορίσετε την πυκνότητα (μολύβι) με αβαρές νήμα από το ζυγό και καταγράψτε στην πρώτη στήλη του πίνακα Ι το βάρος του (B_{Σ}).
3. Τοποθετήστε πάνω από το δίσκο του ζυγού το μεταλλικό στήριγμα και ακουμπήστε επάνω του το δοχείο που περιέχει απεσταγμένο νερό. Κρεμάστε το

μεταλλικό σώμα που ζυγίσατε στο προηγούμενο βήμα, με αβαρές νήμα από το ζυγό με τέτοιο τρόπο ώστε να βυθιστεί εξ' ολοκλήρου στο νερό και στη συνέχεια ζυγίστε το. Καταγράψτε το βάρος του (B'_Σ) στη δεύτερη στήλη του πίνακα Ι.

4. Υπολογίστε την πυκνότητα του μεταλλικού σώματος ως εξής:

Η διαφορά των δύο προηγούμενων μετρήσεων ($B_\Sigma - B'_\Sigma$) είναι η άνωση του μεταλλικού σώματος (υπολογίστε την τιμή της και καταχωρείστε την στον πίνακα Ι):

$$A_\Sigma = B_\Sigma - B'_\Sigma.$$

Το βάρος του σώματος (B_Σ) στον αέρα σχετίζεται με την πυκνότητά του (ρ_Σ) και τον όγκο του (V_Σ) μέσω της σχέσης:

$$B_\Sigma = \rho_\Sigma \cdot g \cdot V_\Sigma$$

Εξάλλου, η άνωση (A_Σ) που υφίσταται το σώμα σχετίζεται με την πυκνότητα του υγρού (ρ_ν) μέσα στο οποίο έχει βυθιστεί μέσω της σχέσης:

$$A_\Sigma = \rho_\nu \cdot g \cdot V_\Sigma$$

Από τις δύο παραπάνω σχέσεις προκύπτει ότι η πυκνότητα σώματος (ρ_Σ) δίδεται από τη σχέση:

$$\rho_\Sigma = \frac{B_\Sigma}{A_\Sigma} \cdot \rho_\nu.$$

Με χρήση της παραπάνω σχέσης υπολογίστε με βάση τις μετρήσεις που καταχωρήσατε στον πίνακα Ι την πυκνότητα του μεταλλικού σώματος και καταγράψτε την στην τελευταία στήλη του πίνακα Ι.

Πίνακας Ι: Μέτρηση πυκνότητας μολυβιού

B_Σ (p)	B'_Σ (p)	A_Σ (p)	ρ_Σ (gr/cm ³)

4.2 Μέτρηση της πυκνότητας ενός υγρού

Η μέτρηση της πυκνότητας ενός υγρού γίνεται έμμεσα με τη βοήθεια ενός στερεού ως εξής:

Υπολογίζουμε την δύναμη της άνωσης (A_Σ) που υφίσταται ένα στερεό το οποίο βυθίζεται εξ' ολοκλήρου στο νερό (η πυκνότητα ρ_ν του νερού είναι γνωστή) καθώς και τη δύναμη της άνωσης (A_x) που υφίσταται όταν βυθίζεται στο υγρό άγνωστης πυκνότητας ρ_x . Η δύναμη της άνωσης του στερεού όταν βυθίζεται στο νερό (A_Σ) είναι:

$$A_\Sigma = \rho_\nu \cdot g \cdot V_\Sigma$$

ενώ η δύναμη της άνωσης που υφίσταται όταν βυθίζεται στο υγρό άγνωστης πυκνότητας είναι:

$$A_x = \rho_x \cdot g \cdot V_\Sigma$$

Διαιρώντας κατά μέλη τις δύο παραπάνω σχέσεις προκύπτει ότι η άγνωστη πυκνότητα δίδεται από τη σχέση:

$$\frac{A_x}{A_\Sigma} = \frac{\rho_x}{\rho_\nu} \Rightarrow$$
$$\rho_x = \frac{A_x}{A_\Sigma} \cdot \rho_\nu$$

Με βάση τα παραπάνω ακολουθήστε τα ακόλουθα βήματα για τον προσδιορισμό της πυκνότητας ενός υγρού.

1. Χρησιμοποιείτε το σώμα του οποίου την πυκνότητα υπολογίσατε στο προηγούμενο πείραμα. Καταχωρείστε τις τιμές του βάρους του (B_Σ) και της άνωσης που υφίσταται στο νερό (A_Σ) (όπως τα προσδιορίσατε στο προηγούμενο πείραμα) στις δύο πρώτες στήλες του πίνακα II.
2. Τοποθετείστε πάνω από το δίσκο του ζυγού το μεταλλικό στήριγμα και ακουμπείτε επάνω του το δοχείο που περιέχει το υγρό (οινόπνευμα) άγνωστης πυκνότητας. Κρεμάστε το σώμα με αβαρές νήμα από το ζυγό με τέτοιο τρόπο ώστε να βυθιστεί εξ' ολοκλήρου στο οινόπνευμα και στη συνέχεια ζυγίστε το. Καταγράψτε το βάρος του B_Σ'' στην τρίτη στήλη του πίνακα II.
3. Υπολογίστε την άνωση (A_x) του σώματος στο οινόπνευμα από τη σχέση:

$$A_x = B_\Sigma - B_\Sigma''$$

και καταχωρείστε την τιμή της στην τέταρτη στήλη του πίνακα II.

4. Υπολογίστε την πυκνότητα του οινόπνευματος (ρ_x) από τη σχέση:

$$\rho_x = \frac{A_x}{A_\Sigma} \cdot \rho_\nu$$

Πίνακας II: Μέτρηση πυκνότητας οινόπνευματος

B_Σ (p)	A_Σ (p)	B_Σ'' (p)	A_x (p)	ρ_x (gr/cm ³)

4.3 Μέτρηση της πυκνότητας στερεού σώματος με πυκνότητα μικρότερη της πυκνότητας του νερού.

Σε αυτό το πείραμα θα προσδιοριστεί η πυκνότητα ενός στερεού που έχει πυκνότητα μικρότερη του νερού, οπότε επιπλέει (φελλός). Προκειμένου να βυθιστεί ο

φελλός στο νερό θα τον προσδέσετε σε βαρύ σώμα. Χρησιμοποιήστε το βαρύ σώμα του οποίου την πυκνότητα προσδιορίσατε στο προηγούμενο πείραμά σας.

1. Καταχωρείστε τις τιμές του βάρους (B_{Σ}) του σώματος και της άνωσης που υφίσταται στο νερό (A_{Σ}) (όπως τα προσδιορίσατε στο προηγούμενο πείραμα) στις δύο πρώτες στήλες του πίνακα III.
2. Ζυγίστε στον αέρα τον φελλό και καταγράψτε στον πίνακα III το βάρος του (B_{ϕ}).
3. Προκειμένου να αναγκάσετε το φελλό να βυθιστεί εξ' ολοκλήρου στο νερό δέστε τον στο βαρύ σώμα και βυθίστε το σύστημα φελλού-σώματος στο νερό προσέχοντας να μην έρθει σε επαφή με τα τοιχώματα ή με τον πυθμένα του δοχείου. Ζυγίστε το σύστημα και καταγράψτε το βάρος του ($B'_{\sigma\sigma\tau}$) στον πίνακα III.
4. Ζυγίστε το σύστημα φελλός-σώμα έξω από το νερό και καταγράψτε το βάρος του ($B_{\sigma\sigma\tau}$) στον πίνακα III.
5. Υπολογίστε την άνωση του συστήματος φελλός-σώμα ($A_{\sigma\sigma\tau}$) και καταχωρείστε την στον πίνακα III. Η άνωση του συστήματος είναι η διαφορά των δύο ενδείξεων της ζύγισής του μέσα και έξω από το νερό:

$$A_{\sigma\sigma\tau} = B_{\sigma\sigma\tau} - B'_{\sigma\sigma\tau}$$

6. Υπολογίστε την άνωση (A_{ϕ}) του φελλού από τη σχέση:

$$A_{\phi} = A_{\sigma\sigma\tau} - A_{\Sigma}$$

και καταχωρείστε την στον πίνακα III

7. Υπολογίστε την πυκνότητα του φελλού (ρ_{ϕ}) ως εξής: Το βάρος του φελλού δίδεται από τη σχέση:

$$B_{\phi} = \rho_{\phi} \cdot g \cdot V_{\phi}$$

όπου V_{ϕ} είναι ο όγκος του φελλού.

Εξάλλου, η δύναμη της άνωσης που υφίσταται ο φελλός (ρ_{ϕ}) σχετίζεται με την πυκνότητα του υγρού (ρ_{ν}) μέσα στο οποίο έχει βυθιστεί μέσω της σχέσης:

$$A_{\phi} = \rho_{\nu} \cdot g \cdot V_{\phi}$$

Από τις δύο παραπάνω σχέσεις προκύπτει ότι η πυκνότητα φελλού δίδεται από τη σχέση:

$$\rho_{\phi} = \frac{B_{\phi}}{A_{\phi}} \cdot \rho_{\nu}$$

Εισάγετε τις μετρήσεις σας του βάρους (B_ϕ) και της άνωσης (A_ϕ) του φελλού στην παραπάνω σχέση και υπολογίστε την πυκνότητα του φελλού. Καταχωρείστε το αποτέλεσμα στην τελευταία στήλη του πίνακα ΙΙΙ.

Πίνακας ΙΙΙ: Μέτρηση πυκνότητας φελλού

B_Σ (p)	A_Σ (p)	B_ϕ (p)	$B'_{\text{συστ}}$ (p)	$B_{\text{συστ}}$ (p)	$A_{\text{συστ}}$ (p)	A_ϕ (p)	ρ_ϕ (gr/cm ³)

1. Παράρτημα:

Στον παρακάτω πίνακα δίδονται οι τιμές της πυκνότητας ορισμένων ουσιών:

Ουσία	ρ (gr/cm ³)	Ουσία	ρ (gr/cm ³)
Πάγος	0.917	Γλυκερίνη	1.26
Αλουμίνιο	2.70	Αιθυλική αλκοόλη	0.806
Σίδηρος	7.86	Βενζίνη	0.879
Χαλκός	8.92	Υδράργυρος	13.6
Άργυρος	10.5	Αέρας	1.29
Μόλυβδος	11.3	Οξυγόνο	1.43
Χρυσός	19.3	Υδρογόνο	8.99X10 ⁻⁵
Νερό	1	Ήλιο	1.79x10 ⁻⁴

2. Βιβλιογραφία

- Serway, Physics for Scientists & Engineers, Εκδόσεις Κορφιάτης
- Hugh D. Young Πανεπιστημιακή Φυσική, Εκδόσεις Παπαζήση