

## Μέτρηση μέτρου ελαστικότητας Young

### 1. Σκοπός

Σκοπός της άσκησης είναι να εξοικειωθούν οι σπουδαστές με τις βασικές έννοιες που αφορούν στην ελαστική παραμόρφωση των υλικών και να μετρήσουν το μέτρο ελαστικότητας Young ενός υλικού.

### 2. Γενικά

Τα διάφορα υλικά ανάλογα με τη σύστασή τους και την κατεργασία που έχουν υποστεί έχουν διαφορετικές μηχανικές ιδιότητες. Η γνώση των ιδιοτήτων αυτών βοηθά στο μηχανολογικό σχεδιασμό διαφόρων κατασκευών. Έτσι τα υλικά υφίστανται διάφορες δοκιμασίες και καταγράφονται οι διάφοροι παράμετροι της μηχανικής τους συμπεριφοράς. Τα αποτελέσματα χρησιμοποιούνται:

- Για την επιλογή υλικού για κάποια εφαρμογή
- Για ποιοτικό έλεγχο
- Για την καταγραφή της συμπεριφοράς του υλικού κάτω από διάφορες καταπονήσεις

Όταν ασκούνται δυνάμεις σε ένα σώμα το σώμα παραμορφώνεται. Παραμόρφωση είναι η μεταβολή των διαστάσεων και του όγκου του σώματος που μπορεί να συνοδεύεται με αλλαγή του σχήματος του. Το σώμα μπορεί να επιμηκυνθεί, να συμπιεστεί, να υποστεί στρέψη ή να αλλάξει το σχήμα του (διάτμηση).

**Ελαστικότητα** είναι η ιδιότητα που έχει ένα σώμα να επιστρέφει στο αρχικό του μέγεθος και σχήμα όταν οι δυνάμεις που το παραμορφώνουν σταματούν να ασκούνται πάνω του.

Για να περιγράψουμε τις ελαστικές ιδιότητες γραμμικών αντικειμένων όπως σύρματα, στήλες, δοκοί όταν τεντώνονται (εφελκισμός) ή συμπιέζονται (συμπίεση ή θλίψη), χρησιμοποιούμε το μέτρο Young.

### 3. Σύντομο θεωρητικό μέρος

Ορίζουμε ως τάση εφελκισμού (stress) στη διατομή  $S$  τον λόγο της δύναμης  $F$  προς το εμβαδόν της διατομής  $S$ :

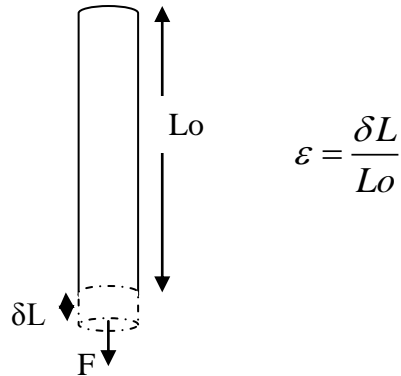
$$\text{Τάση} = \frac{\text{Δύναμη}}{\text{Εμβαδόν επιφάνειας στην οποία δρα η δύναμη}}$$

Η μονάδα για την τάση στο σύστημα SI είναι το Newton ανά τετραγωνικό μέτρο ( $\text{N/m}^2$ ), και έχει ειδικό όνομα Pascal (για συντομία Pa).

Ειδική επιμήκυνση (strain) : είναι η σχετική επιμήκυνση που προκαλεί μια τάση σε ένα σώμα. Ορίζεται ως ο λόγος της μεταβολής κάποιας διάστασης του σώματος προς την αρχική διάσταση στην οποία προκλήθηκε η μεταβολή.

Όταν σε ένα σώμα ασκείται μια τάση, το σώμα παραμορφώνεται (π.χ επιμηκώνεται). Για μικρές τιμές της τάσης και της παραμόρφωσης, συνήθως το ένα μέγεθος είναι ευθέως ανάλογο του άλλου, ο δε συντελεστής αναλογίας ορίζεται ως **μέτρο ελαστικότητας**.

Έστω σύρμα με αρχικό μήκος  $L_0$ , που δέχεται αξονικό φορτίο  $F$ . Η δύναμη αυτή αντιστοιχεί σε μια τάση  $\sigma$  ( $\sigma=F/S$  δύναμη ανά μονάδα επιφάνειας). Το σύρμα θα επιμηκυνθεί κατά  $\delta L$  και η ειδική του επιμήκυνση  $\varepsilon$  είναι:



**Σχήμα 1:** Ράβδος που δέχεται τάση  $\sigma=F/S$  και επιμηκώνεται κατά  $\delta L$ .

Για μικρές τάσεις το υλικό υφίσταται ελαστική παραμόρφωση (Σχήμα 2) και μετά την άρση της τάσης το σύρμα επανέρχεται στην αρχική του κατάσταση. Στην περίπτωση αυτή η ειδική επιμήκυνση είναι ανάλογη της τάσης που την προκαλεί (νόμος Hook):

$$\frac{F}{S} = E \frac{\delta L}{L_0}$$

όπου  $E$  το μέτρο ελαστικότητας ή μέτρο Young του υλικού του σύρματος.

Το μέτρο Young ορίζεται ως :

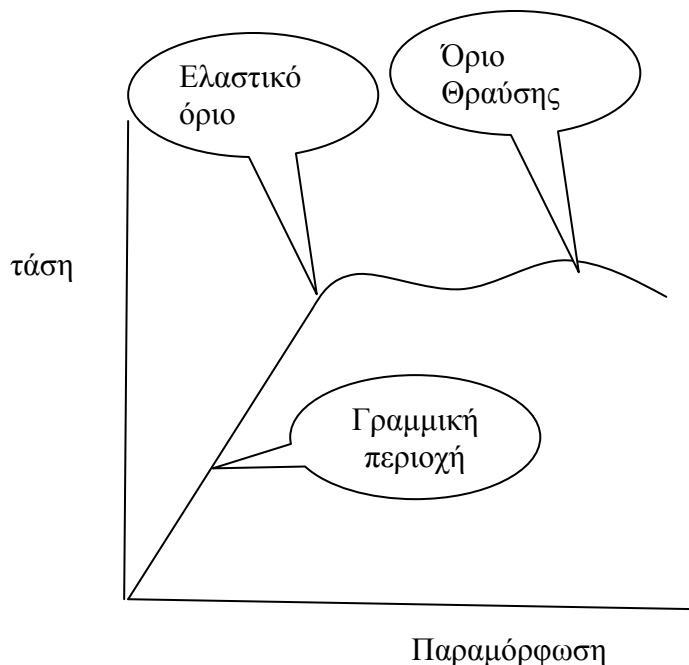
$$E = \frac{\text{Τάση}}{\text{Ειδική επιμήκυνση}} = \frac{F/S}{\delta L/L_0}$$

Μονάδα μέτρησης στο SI είναι το Pa.

Το μέτρο Young αποτελεί ένα βασικό μέγεθος της μηχανικής συμπεριφοράς των υλικών και εξαρτάται μόνο από το υλικό του σύρματος. Συγκεκριμένα εξαρτάται από τις δυνάμεις που ασκούνται μεταξύ των ατόμων του υλικού ώστε να «κρατάνε» τα άτομα στις θέσεις ισορροπίας τους. Όταν σε ένα σώμα ασκηθούν εξωτερικές δυνάμεις, τα άτομα μετατοπίζονται από τις αρχικές τους θέσεις σε νέες και οι αποστάσεις μεταξύ των ατόμων αυξάνονται (εφελκυσμός). Αυτό προκαλεί την ανάπτυξη εσωτερικών δυνάμεων που αντιτίθενται στις εξωτερικές και τείνουν να επαναφέρουν τα άτομα στις αρχικές θέσεις ισορροπίας. Μπορούμε να θεωρήσουμε ότι μια ράβδος αποτελείται από παράλληλες σειρές ατόμων συνδεδεμένες με ελατήρια τα οποία παριστάνουν τις ενδοατομικές δυνάμεις. Το πόσο θα επιμηκυνθεί η

ράβδος όταν δεχθεί μια τάση εξαρτάται από το πόσο «σκληρά» είναι τα ελατήρια που αντιστοιχούν στις ενδοατομικές δυνάμεις.

Ένα υλικό με μέτρο Young μεγάλο είναι δύσκαμπτο διότι απαιτείται μεγάλη τάση για να επιτευχθεί δεδομένη ειδική επιμήκυνση.



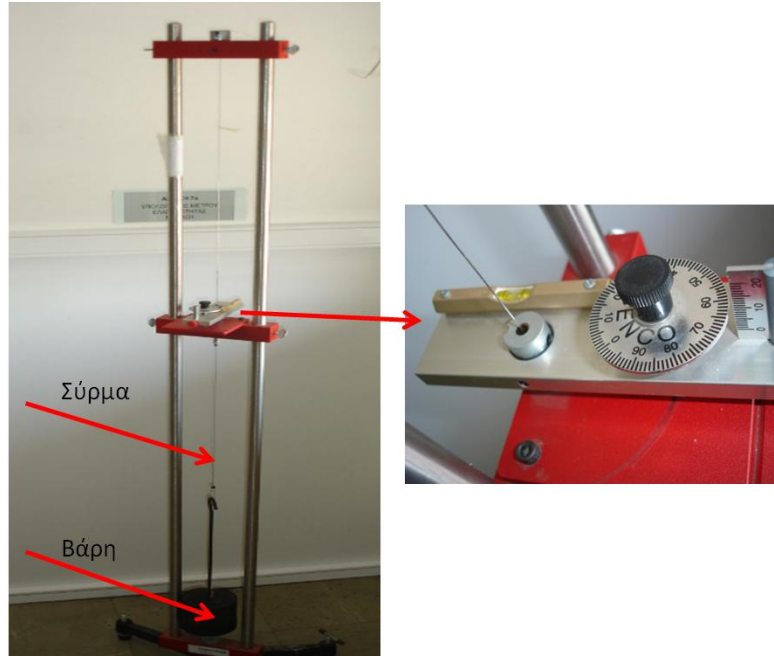
Σχήμα 2: Τάση συναρτήσει της παραμόρφωσης τυπικού δείγματος μετάλλου.

Στο Σχήμα 2 δίδεται το γράφημα της τάσης συναρτήσει της παραμόρφωσης ενός τυπικού δείγματος μετάλλου. Για μικρές τάσεις έχουμε γραμμική σχέση μεταξύ τάσης και παραμόρφωσης. Η περιοχή αυτή ονομάζεται ελαστική περιοχή και περιορίζεται μέχρι το λεγόμενο ελαστικό όριο. Εάν η τάση αυξηθεί πέραν του ορίου αυτού περνάμε στην πλαστική περιοχή όπου μετά την άρση της τάσης το σώμα δεν επανέρχεται στις αρχικές του διαστάσεις αλλά υφίσταται μόνιμη παραμόρφωση. Τέλος εάν η τάση ξεπεράσει κάποιο όριο που ονομάζεται όριο θραύσης τότε το σώμα υφίσταται θραύση.

#### 4. Πειραματική Διάταξη

Για τη μέτρηση του μέτρου Young χρησιμοποιείται πειραματική διάταξη (Σχήμα 3α) που αποτελείται από ένα στιβαρό πλαίσιο στο οποίο στηρίζεται κατάλληλα ένα σύρμα-δοκίμιο του οποίου θα μετρήσουμε το μέτρο ελαστικότητας. Στο κάτω μέρος του σύρματος υπάρχει κατάλληλη βάση για την τοποθέτηση βαρών. Στη βάση αυτή υπάρχει μόνιμα ένα βάρος για να κρατά το σύρμα τεντωμένο. Μια αεροστάθμη (αλφάδι) και ένα μικρομετρικό όργανο το οποίο μετατοπίζει την αεροστάθμη, είναι κατάλληλα προσαρμοσμένα (Σχήμα 3β) ώστε να γίνονται ορατές και να μπορούν να μετρηθούν οι μεταβολές στην ισορροπία της αεροστάθμης που οφείλονται σε επιμήκυνση του σύρματος.

Πριν ξεκινήσει το πείραμα το μικρομετρικό όργανο ρυθμίζεται κατάλληλα ώστε η αεροστάθμη να ισορροπεί. Προσθέτοντας βάρη στη βάση του δοκιμίου, η αεροστάθμη δεν ισορροπεί πλέον λόγω της επιμήκυνσης που υφίσταται το δοκίμιο.



α) β)

Σχήμα 3: Πειραματική Διάταξη

Με ρύθμιση του μικρομετρικού οργάνου η αεροστάθμη επαναφέρεται σε ισορροπία. Η διαφορά μεταξύ της αρχικής και της τελικής ένδειξης του μικρομέτρου είναι ανάλογες με την εκάστοτε επιμήκυνση του σύρματος.

### 5. Λήψη και επεξεργασία μετρήσεων

1. Μετράμε τη διάμετρο του σύρματος με το μικρόμετρο, λαμβάνοντας 5 μετρήσεις σε διαφορετικά σημεία. Καταχωρούμε τις μετρήσεις στον πίνακα και υπολογίζουμε τη μέση τιμή της διαμέτρου  $\bar{d}$  και την αντίστοιχη αβεβαιότητα  $\sigma(\bar{d})$ .

$$\bar{d} \pm \sigma(\bar{d}) =$$

#### ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΜΕΣΗΣ ΔΙΑΜΕΤΡΟΥ ΚΑΙ ΣΦΑΛΜΑΤΟΣ

| $d_i$ mm | $\bar{d}$ mm | $\bar{d} - d_i$ mm | $(\bar{d} - d_i)^2$<br>mm <sup>2</sup> |
|----------|--------------|--------------------|--|
|          |              |                    |  |
|          |              |                    |  |
|          |              |                    |  |
|          |              |                    |  |
|          |              |                    |  |

- Μετράμε το μήκος του σύρματος  $L_0$  με το χάρακα και εκτιμούμε την αβεβαιότητα  $\sigma_L$ .  
 $L_0 \pm \sigma_L =$
- Υπολογίζουμε το εμβαδόν της διατομής του σύρματος  $S$ :  $S = \frac{\pi \bar{d}^2}{4}$ .
- Ρυθμίζουμε το μικρομετρικό όργανο της διάταξης ώστε η αεροστάθμη να ισορροπεί, και παίρνουμε την αρχική ένδειξη  $Y_0$ .
- Τοποθετώντας διαδοχικά βάρη  $B$  σύμφωνα με την υπόδειξη του υπεύθυνου του εργαστηρίου από 1- 10 Kp, (10- 100 N) καταγράφουμε τις εκάστοτε ενδείξεις  $Y$ . Οι μεταβολές  $\delta Y$  είναι ανάλογες με την εκάστοτε επιμήκυνση του σύρματος

ΠΙΝΑΚΑΣ  $B=f(Y)$

| B (Kp) | Y (mm) |
|--------|--------|
|        |        |
|        |        |
|        |        |
|        |        |
|        |        |
|        |        |
|        |        |

$$\frac{B}{S} = E \frac{\delta Y}{L_0} = E \frac{Y - Y_0}{L_0} \longrightarrow Y = Y_0 + \frac{L_0}{E S} B$$

- Χαράζουμε την γραφική παράσταση  $Y = f(B)$ . Ελέγχουμε αν τα μεγέθη μας έχουν γραμμική συσχέτιση και φέρουμε την καλύτερη ευθεία μέσα από τα πειραματικά σημεία. Από την κλίση της ευθείας  $K = \frac{L_0}{E \cdot S}$  μπορούμε να υπολογίσουμε το μέτρο ελαστικότητας-Young. Εκφράζουμε το αποτέλεσμα σε Pascal.
- Σχολιάζουμε ποιές άλλες αβεβαιότητες εμπλέκονται στην μέτρηση αυτή.

## 6. Ερωτήσεις

- Πως σχετίζεται το stress (τάση) με το strain (σχετική παραμόρφωση).
- Σχεδιάστε ποιοτικά τη τάση σαν συνάρτηση της παραμόρφωσης και σχολιάστε τις διάφορες περιοχές του γραφήματος.
- Από τι εξαρτάται και τι μονάδες έχει το μέτρο ελαστικότητας Young.
- Δύο σύρματα ίδιου μήκους δέχονται την ίδια τάση εφελκυσμού  $F/S$ . Εάν  $E_1 > E_2$  ποιο σύρμα θα επιμηκυνθεί περισσότερο.

## Βιβλιογραφία

1. «Υπολογισμός Μέτρου ελαστικότητας» από το βιβλίο , “Εργαστηριακές Ασκήσεις Φυσικής Ι” Ομάδα Φυσικών ΤΕΙ ΠΕΙΡΑΙΑ, (Μακεδονικές Εκδόσεις).
2. Young H., “University Physics”, Addison-Wesley (Εκδόσεις Παπαζήση 1990).
3. Ohanian H. «Φυσική» Τόμος Α, Μηχανική-Θερμοδυναμική (Εκδόσεις Συμμετρία 1989)
4. Προσομοίωση για το μέτρο Young (<http://ikaros.teipir.gr/phyche/Labs.html>)