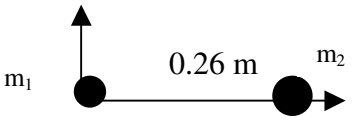
Ομάδα Ασκήσεων 6,7

Θεωρία: Κινηματική και Δυναμική στερεού σώματος, Ροπή αδρανείας, παραδείγματα - εφαρμογές (Κεφ. 6, Κεφ. 9)

Α ΟΜΑΔΑ ΣΠΟΥΔΑΣΤΩΝ (5-6)
Ασκήσεις 1, 3, 5, 7, 8Α, 9, 10Α, 11, 13, 14Α, 15, 16
Β ΟΜΑΔΑ ΣΠΟΥΔΑΣΤΩΝ (6-7)
Ασκήσεις 2, 4, 6, 7, 8Β, 9, 10Β, 11, 12, 14Β, 15, 16

1. Μια γυναίκα 59 Kgr και ενας άνδρας 73 Kgr κάθονται σε μία τραμπάλα μήκους 3.6 m. α)Που βρίσκεται το κέντρο μάζας. Μάζα τραμπάλας αμελητέα.β) Να βρεθεί η ροπή αδρανείας ως προς άξονα που περνά από το ΚΜ.

2. Η απόσταση ανάμεσα στις σημειακές μάζες m_1=2.0gr και m_2=5.0gr του σχήματος είναι 0.26 m. α) Να βρεθεί το Κέντρο μάζας του συστήματος των δύο μαζών και η απόσταση της κάθε μάζας από αυτό. β) Να βρεθεί η ροπή αδρανείας ως προς άξονα που περνά από το ΚΜ.

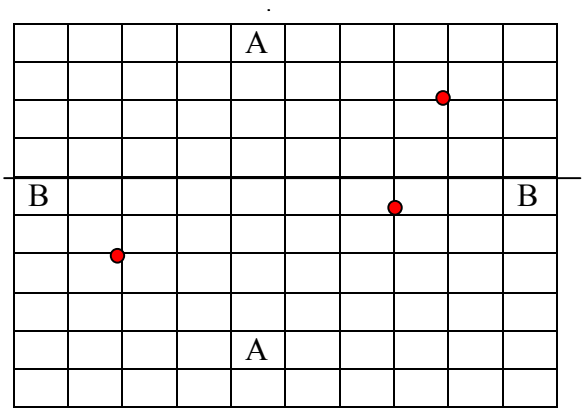


3. Να δοθεί ο ορισμός και οι μονάδες (SI) α) της ροπής αδρανείας, ενός συστήματος σωματιδίων, β) της Ροπής και της Στροφορμής.

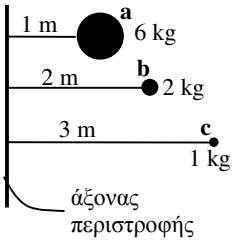
4. Να δοθεί ο ορισμός και οι μονάδες (SI) των μεγεθών α) ορμή β) στροφορμή, γ) ισχύς. Ποιά είναι μονόμετρα και ποιά διανυσματικά

5. Τρία σώματα αμελητέων διαστάσεων, το κάθε ένα μάζας m=1Kgr βρίσκονται στις θέσεις που φαίνονται στο σχήμα.(Όλα τα διαστήματα είναι α=1cm)

Να υπολογίσετε τη ροπή αδρανείας του συστήματος όταν αυτό στρέφεται γύρω
α) από τον άξονα ΑΑ΄
β) από τον άξονα ΒΒ΄
γ) Ως προς ποιο άξονα είναι πιο εύκολο να θέσουμε το σύστημα σε περιστροφή;

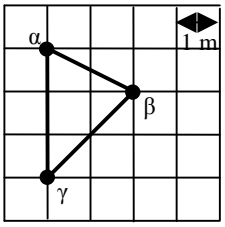


6. Στο σχήμα φαίνονται τρεις μικρές σφαίρες οι οποίες περιστρέφονται γύρω από έναν κατακόρυφο άξονα. Να κατατάξετε τις τρεις σφαίρες κατά αύξουσα ροπής αδράνειας γύρω από τον κατακόρυφο άξονα.



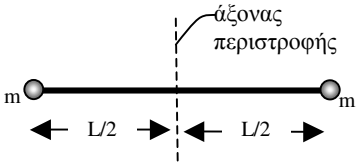
7. Τρεις σημειακές μάζες που είναι τοποθετημένες στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο, είναι συνδεδεμένες μεταξύ τους με τρεις αβαρείς ράβδους όπως δείχνει το σχήμα. Οι μάζες α και γ είναι 2 kg και η μάζα β είναι 4 kg.
   a. Να υπολογίσετε τη ροπή αδράνειας για κάθε κατακόρυφο άξονα που περνά από κάθε μάζα.
   b. Να σχολιάσετε τα αποτελέσματα που βρήκατε.
   c. Να υπολογίσετε τη ροπή αδράνειας για άξονα που περνά από τις μάζες α και γ.

   (38 kgm^2, 26 kgm^2, 50 kgm^2, 16 kgm^2)

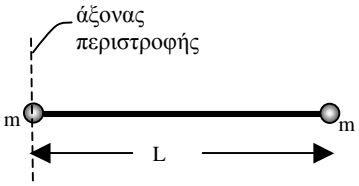


8. Το σύστημα του σχήματος αποτελείται από **δύο σημειακές μάζες** που συνδέονται μεταξύ τους με μια αβαρή ράβδο μήκους L.

   Α.Να υπολογίσετε τη ροπή αδράνειας του συστήματος ως προς άξονα που περνά από το κέντρο μάζας του. ($mL^2/2$)



   Β.Να υπολογίσετε τη ροπή αδράνειας του συστήματος ως προς άξονα που περνά από το αριστερό άκρο του. (mL^2)

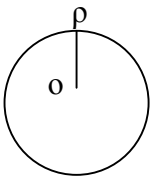


9. Να υπολογιστεί η ροπή αδρανείας στις παραπάνω περιπτώσεις εάν είχαμε λεπτή ομοιογενή ράβδο μάζας M και α) θεωρώντας τις m αμελητέες ως προς τη μάζα της ράβδου, και β) θεωρώντας ότι m=M/3

10. Να βρεθεί η ροπή αδρανείας λεπτής ράβδου μάζας M και μήκους L γύρω από άξονα που διέρχεται Α) σε απόσταση L/4 από το άκρο της. Β) σε απόσταση L/3 από το άκρο της .

11. Δεδομένου ότι η ροπή αδρανείας σφαίρας γύρω από μία διάμετρο ισούται με $2MR^2/5$ δείξτε ότι η ροπή αδρανείας γύρω από άξονα εφαπτόμενο στην επιφάνεια, ισούται με $7MR^2/5$.

12. Ένας δίσκος τροχίσματος έχει σταθερή γωνιακή επιτάχυνση $a=3rad/sec^2$. Όταν ξεκινά από την ηρεμία, μία γραμμή όπως η OP είναι στη θέση που δείχνει το σχήμα.



Να βρεθεί α) η γωνιακή μετατόπιση της γραμμής (άρα και του δίσκου) και β) η γωνιακή ταχύτητα 2 sec αργότερα.

13. Η συχνότητα περιστροφής δίσκου 5.25 ιντζών (1 ιντζα=2,5 cm) είναι 3600 στροφές/min . Ποια η γραμμική ταχύτητα με την οποία κινούνται τα σημεία στη περιφέρεια του δίσκου . (-- 90 km/h)

14. Τροχός περιστρέφεται με γωνιακή επιτάχυνση
A)$a = 4\,b\,t^3 - 3\,c\,t^2$
B) $a = 2b\,t^3 - c\,t^2$ (t: χρόνος b,c σταθερές) Αν ο τροχός είχε αρχική γωνιακή ταχύτητα ωο, να βρεθούν οι σχέσεις της γωνιακής ταχύτητας ω=ω(t) και της γωνίας φ=φ(t) που διαγράφει.

15. Το πλατώ ενός πικ-απ συνδέεται με ηλεκτρικό κινητήρα και επιταχύνεται με σταθερό ρυθμό από 0-33.3 στροφές/min σε 2 s. Αν το πλατώ είναι ένας ομογενής μεταλλικός δίσκος M=1.5 Kgr και ακτίνας R=13 cm , να βρεθούν α) Η ροπή που απαιτείται για την περιστροφή. β) Η δύναμη που πρέπει να ασκηθεί, γ) το έργο που παράγεται κατά την επιτάχυνση και η μέση ισχύς.

16. Τρία σωμάτια ίδιας μάζας m δεμένα μεταξύ τους με ελαφρά νήματα μήκους l, είναι δεμένα με άξονα περιστροφής, και περιστρέφονται με γωνιακή ταχύτητα ω με τρόπο ώστε να διατηρούνται σε ευθεία. α) Να υπολογιστεί η ροπή αδρανείας του συστήματος γύρω από το Ο. β) Ποιά η στροφορμή του μεσαίου σωματιδίου;

Οι παρακάτω ασκήσεις θα σχολιαστούν ή θα λυθούν στο μάθημα ως εφαρμογές

17. Για να ζυγοσταθμίσει τον τροχό ενός αυτοκινήτου ένας μηχανικός, προσαρμόζει ένα κομμάτι κράματος μολύβδου στην περιφέρεια της ζάντας του τροχού. Έτσι βρίσκει ότι αν προσαρμόζει ένα κομμάτι μάζας 40 gr σε απόσταση 20 cm από το κέντρο του τροχού M=30 Kgr , ο τροχός είναι τέλεια ζυγοσταθμισμένος. Δηλαδή το κέντρο του τροχού συμπίπτει με το κέντρο μάζας . Σε ποιά απόσταση από το κέντρο του τροχού βρισκόταν το κέντρο μάζας πριν τη ζυγοστάθμιση

18. Πόση είναι η ροπή αδρανείας (γύρω από τον άξονα συμμετρίας) μιας ρόδας ποδηλάτου m=4 Kgr και ακτίνας 0.33 m. (μάζα ακτινών αμελητέα).

19. Ράβδος μήκους L, αποτελείται από ένα κομμάτι χαλκό και ένα κομμάτι ξύλο μήκους L/2. Τη στηρίζουμε μία φορά από το άκρο Χ και εφαρμόζουμε στο άλλο άκρο Ξ σταθερή δύναμη F. Στη συνέχεια αντιστρέφουμε το Χ και Ξ. Να συγκριθεί η γωνιακή επιτάχυνση της ράβδου στις δυο περιπτώσεις.

20. Να αποδειχθεί η σχέση μεταξύ στροφορμής και ροπής. $\tau = dL/dt$

21. Ομογενής ράβδος ΑΒ μάζας Μ και μήκους L μπορεί να στρέφεται χωρίς τριβές γύρω από το άκρο Α. Η ράβδος είναι αρχικά ακίνητη με το σημείο Β ψηλά. Αν της δώσουμε μια μικρή ώθηση,
Α) Να βρεθεί η σχέση μεταξύ της γωνίας που σχηματίζει με την κατακόρυφο και της γωνιακής του ταχύτητας
Β) να βρεθεί με ποιά γωνιακή ταχύτητα θα περάσει από την οριζόντια θέση.

22. Ένας κύλινδρος μάζας m και ακτίνας R κυλίεται με ταχύτητα Ucm σε μια επίπεδη επιφάνεια. Να αποδείξετε ότι η κινητική του ενέργεια Κ όταν δεν ολισθαίνει είναι μεγαλύτερη από την κινητική ενέργεια Κο που θα είχε αν υφίστατο μόνο ολίσθηση και να βρείτε τη σχέση που συνδέει τις δύο κινητικές ενέργειες. Δίδεται η ροπή αδρανείας του κυλίνδρου ως προς τον άξονα περιστροφής του. $\boldsymbol{I} = \frac{1}{2} mR^2$

23. Να δειχθεί ότι η κινητική ενέργεια κυλίνδρου γνωστής μάζας και ταχύτητας κύλισης, είναι ανεξάρτητη της ακτίνας του.

24. Μια σφαίρα ,ένας κύλινδρος και ένα δακτυλίδι της ίδιας ακτίνας αφήνονται να κυλήσουν πάνω σ'ενα κεκλιμένο επίπεδο ξεκινώντας από ύψος ψ_o. Να βρεθεί σε κάθε περίπτωση η ταχύτητα τους όταν φθάνουν στη βάση του επιπέδου.
($I_\sigma = 2/5\ MR^2$, $I_\delta = MR^2$, $I_K = MR^2/2$)
[$\upsilon_\Sigma = (10/7g\ \psi_o)^{1/2}$, $\upsilon_\delta = (g\ \psi_o)^{1/2}$, $\upsilon_\kappa = (4/3\ g\ \psi_o)^{1/2}$]

25. Ομογενής κύλινδρος /σφαίρα κυλάει χωρίς ολίσθηση σε επίπεδο κεκλιμένο υπό γωνία θ ως προς την οριζόντιο. Να βρεθεί η ταχύτητα του και η επιτάχυνση του (ακ=2/3 g ημθ, ασ=5/7g ημθ)