Τεχνολογικό Εκπαιδευτικό Ίδρυμα Πειραιά
Σχολή Τεχνολογικών Εφαρμογών
Τμήμα Μηχανολογίας

Μετρήσεις Τεχνικών Μεγεθών

Εαρινό Εξάμηνο 2008
Παραδοτέα 9-6-2008

ΕΡΓΑΣΙΑ IV

Πρόβλημα 1

Να βρείτε τη λύση της παρακάτω διαφορικής εξίσωσης:

$$\frac{d^2y}{dt^2} - y = \sin t - 2\cos t \ ,$$

με αρχικές συνθήκες $y(0) = 2$ και $\dot{y}(0) = 0$

Πρόβλημα 2

Θέλουμε να βρούμε πως αποκρίνεται ένα σύστημα $1^{ης}$ τάξης, σε μια ημιτονοειδή είσοδο. Βρείτε τη συνολική λύση αυτής της συνήθους Δ.Ε. $\tau \frac{dy}{dt} + y = Kx$, όπου $x = A\sin(\omega t)$ με μηδενικές αρχικές συνθήκες.

a) Αρχικά βρείτε την ειδική λύση υποθέτοντας ότι έχει τη μορφή $y_p = B\sin(\omega t + \phi)$ και αντικαταστήστε στη Δ.Ε. για την εύρεση των παραμέτρων Β και ϕ.
b) Κατόπιν βρείτε την ομογενή λύση. Θυμηθείτε $y_h = Ce^{\lambda t}$ και βρείτε το λ.
c) Τέλος, γράψτε τη συνολική λύση και βρείτε το C, χρησιμοποιώντας τις αρχικές συνθήκες.
d) Σχεδιάστε τη χρονική απόκριση (από t=0 εως 10 sec), υποθέτοντας ότι η σταθερά χρόνου είναι 1 sec, η στατική ευαισθησία 10, το πλάτος εισόδου 1 και η συχνότητα εισόδου 5 Hz. Η έξοδος σε Volt.
e) Διερευνήστε την επίδραση της σταθεράς χρόνου στην απόκριση. Τι θα συνέβαινε αν το σύστημα είχε σταθερά χρόνου 0.1 sec; Εάν είχε 0 sec; Σχεδιάσετε στο ίδιο διάγραμμα τις αποκρίσεις για τις διάφορες σταθερές, προσδιορίζοντας τη σταθερά χρόνου που αντιστοιχεί σε κάθε καμπύλη. Ποια είναι τα δύο βασικά φαινόμενα που παρατηρούνται με την ελάττωση της χρονικής σταθεράς;
f) Δώστε δύο εμφανείς λόγους, για τις παρατηρήσεις που κάνατε στο ερώτημα (e). Γιατί το σύστημα παρουσιάζει αυτά τα δύο φαινόμενα καθώς η σταθερά χρόνου ελαττώνεται; Γιατί αυτό έχει νόημα;

Πρόβλημα 3

a) Βρείτε τη συνάρτηση απόκριση συχνότητας (διατηρώντας το συμβολισμό των παραμέτρων) του συστήματος του προβλήματος 2.
b) Ποιο είναι το μέτρο και η διαφορά φάσης;
c) Χρησιμοποιώντας την απάντηση του ερωτήματος (b), γράψτε τη σταθεροποιημένη απόκριση του συστήματος σε ημιτονοειδή είσοδο (όπως αυτή του προβλήματος 2). Μη κάνετε αντικαταστάσεις με αριθμούς ακόμη.
d) Χρησιμοποιώντας τα αριθμητικά δεδομένα (από το 2 ^{o} πρόβλημα), για όλες τις σχετικές παραμέτρους, υπολογίστε το πλάτος της σταθεροποιημένης απόκρισης για καθεμιά από τις τρεις σταθερές χρόνου. Ελέγξτε τις απαντήσεις με αυτές απο την γραφική παράσταση του προβλήματος 2.

Πρόβλημα 4

Τα υπουργεία Υγείας και Εργασίας θέτουν τα πρότυπα , για το μέγιστο επιτρεπόμενο επίπεδο ήχου (SL) στις εργασιακές συνθήκες. Τα όρια του SL εκφράζονται σε decibel. Μια μέθοδος που προτείνεται είναι μέσω της κατασκευής ηχοπετάσματος. Τυπικά, αυτά τα ηχοπετάσματα, είναι πιο αποτελεσματικά στις χαμηλές συχνότητες απ' ότι στις υψηλές και μερικές φορές μοντελοποιούνται ως συστήματα απόκρισης συχνότητας 1^{ης} τάξης.

$$\frac{Y_{\delta\iota\epsilon\rho\chi}}{X_{\epsilon\iota\sigma}} = \frac{K}{1+\tau\omega}$$

Υποθέστε ότι ένα μηχάνημα παράγει ήχο συχνότητας 750 Hz με ενεργό τιμή 1 Pa και συχνότητας 5000 Hz με ενεργό τιμή 1.5 Pa. Το μηχάνημα χωρίζεται από ένα γραφείο, μ' ένα τοίχο που συμπεριφέρεται ως σύστημα 1 ^{ης} τάξης με παραμέτρους K = 0.1 και τ = 1.1×10^{-4} sec.

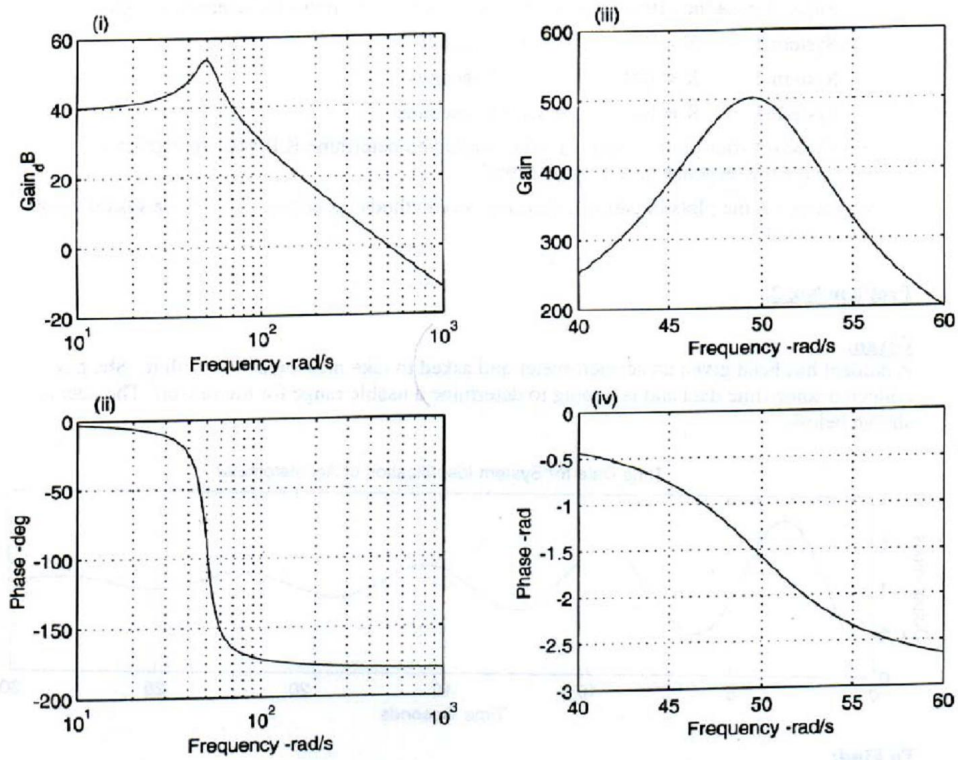
a) Βρείτε το πλάτος σε κάθε ημιτονοειδές κύμα που παράγει το μηχάνημα και εκφράστε το σαν συνάρτηση του χρόνου.
b) Βρείτε τη σταθεροποιημένη πίεση στο γραφείο εξ' αιτίας του μηχανήματος σε συνάρτηση του χρόνου.
c) Χρησιμοποιώντας το Matlab ή το Excel, σχεδιάστε τη σταθεροποιημένη πίεση στο γραφείο και στο δάπεδο του εργοστασίου σε συνάρτηση του χρόνου.

Πρόβλημα 5

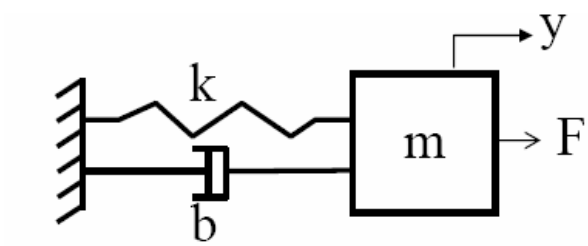
Εξετάστε τις παρακάτω γραφικές παραστάσεις της απόκρισης συχνότητας συστήματος. Τα γραφήματα (iii) και (iv) αποτελούν μεγεθύνσεις μερών των γραφημάτων (i) και (ii) αντίστοιχα, σε γραμμικούς άξονες.

Προσδιορίστε:

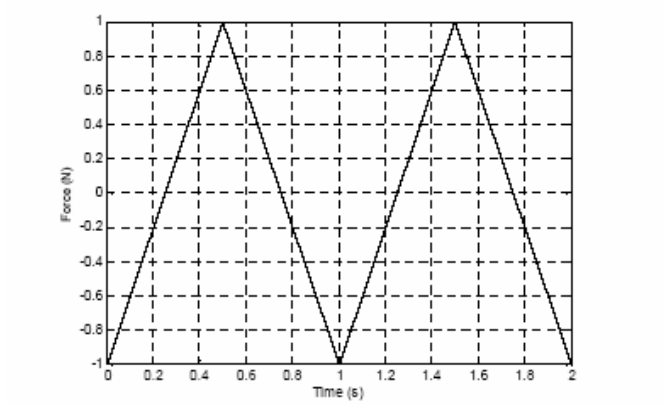
a) τη στατική ευαισθησία του συστήματος, K
b) τη φυσική ιδιοσυχνότητα του συστήματος ω_n, και
c) το συντελεστή απόσβεσης του συστήματος με περισσότερες της μιας μεθόδους και συγκρίνατε τις τιμές που προκύπτουν.



Πρόβλημα 6



Ένα σύστημα μάζας-ελατηρίου-αποσβεστήρα, με $K = 10\,\frac{N}{m}$, $m = 0.1\,kg$ και $b = 0.4\,\frac{kg}{\sec}$ διεγείρεται με μια δύναμη τριγωνικής μορφής F, όπως εμφανίζεται στο παρακάτω Σχήμα.



Ως γνωστόν, ένα περιοδικό σήμα μπορεί να παρασταθεί ως άθροισμα απείρων όρων ημίτονων και συνημίτονων (και μιας σταθεράς) χρησιμοποιώντας το ανάπτυγμά του σε σειρά Fourier.

$$x(t) = \frac{A_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} \left[A_k \cdot \cos k\omega_0 t + B_k \cdot \sin k\omega_0 t \right]$$

όπου ω_0 είναι η θεμελιώδης συχνότητα, $\omega_0 = \frac{2\pi}{T}$ και T η θεμελιώδης περίοδος του σήματος.

Για τη συγκεκριμένη περίπτωση της τριγωνικής συνάρτησης, τα A_0 και B_k είναι μηδέν και $A_k = \frac{-8X}{k^2\pi^2}$ για $k = 1,3,5,7,....$ και 0 για $k = 2,4,6,....$ όπου X είναι το πλάτος του τριγωνικού σήματος.

a) Βρείτε τη διαφορική εξίσωση $2^{ας}$ τάξης που περιγράφει το παραπάνω σύστημα.

b) Αποδείξτε ότι η απόκριση συχνότητας του συστήματος περιγράφεται από τη σχέση:

$$G(j\omega) = \frac{K}{j\frac{2\zeta}{\omega_n}\omega + \left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_n^2}\right)}$$

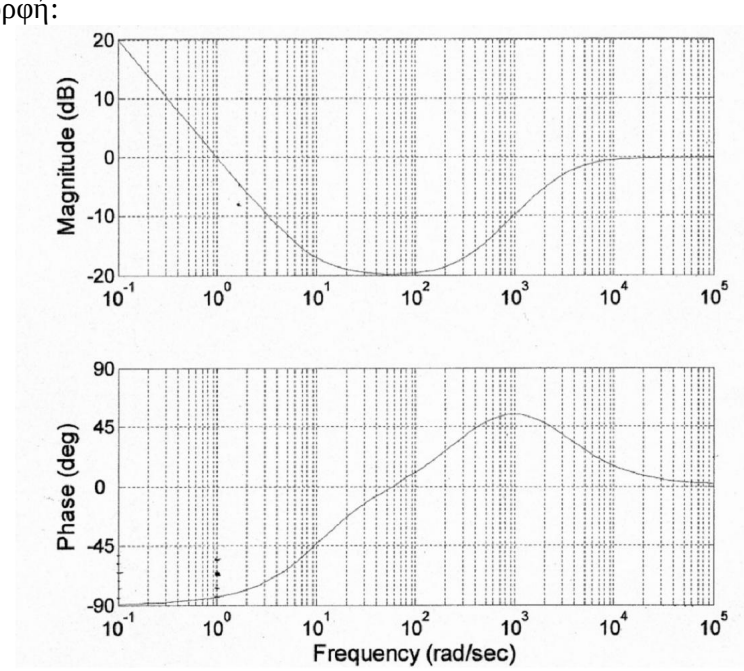
c) Υπολογίστε τα ω_n, ζ , K, και αντικαταστήστε τις τιμές αυτές στο $G(j\omega)$

d) Υπολογίστε τις 5 πρώτες τιμές του A_k της σειράς Fourier για $k = 1,3,5,7$ και 9 σαν άθροισμα 5 συνημίτονων. Παρουσιάστε γραφικά το άθροισμα αυτό και αποδείξτε ότι προσεγγίζει πολύ καλά το τριγωνικό σήμα.

e) Υπολογίστε τη σταθεροποιημένη απόκριση, y_{ss}, του σήματος εισόδου x. Θεωρήστε ότι το σύστημα είναι γραμμικό. Παραστήστε γραφικά την απόκριση.

Πρόβλημα 7

Θεωρήστε ότι η απόκριση ενός μετρητικού συστήματος $G(j\omega)$ έχει την παρακάτω γραφική μορφή:



Σημειώστε, ποιες από τις παρακάτω προτάσεις είναι αληθείς;

a) Το σύστημα ενισχύει σήματα με συχνότητες μικρότερες του 1 rad/sec.
b) Το σύστημα εξασθενεί ένα ημιτονοειδές σήμα 50 rad/sec 10 φορές.
c) Ένα σήμα 10 kHz ενισχύεται σημαντικά από το σύστημα.
d) Ένα σήμα εισόδου 10 kHz παρουσιάζεται στην έξοδο του συστήματος με μεγάλη διαφορά φάσης.

Εάν το σύστημα διεγείρεται από το σήμα

$x(t) = 5\sin(0.1t + 0.5) + 6\cos(t - 0.1) + 10\sin(60t) + 9\cos(100000t)$

ποια είναι η σταθεροποιημένη έξοδός του;