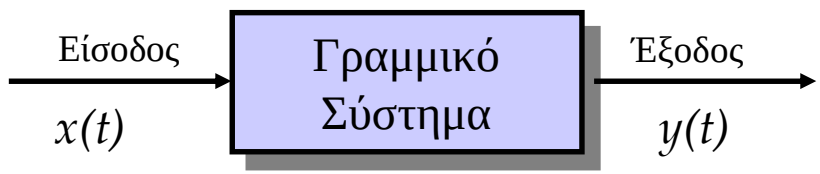
Μετρήσεις Τεχνικών Μεγεθών

Ταυτοποίηση Συστήματος Μέτρησης

Ταυτοποίηση Συστήματος Μέτρησης

- **Ταυτοποίηση Μαύρου Κουτιού**
  - **Χαρακτηριστικά εισόδου/εξόδου**
- **Μέθοδος Χρονικής Απόκρισης (Βηματική)**
  - **Συστήματα $1^{ης}$ τάξεως**
  - **Συστήματα $2^{ης}$ τάξεως**
- **Μέθοδος Απόκρισης Συχνότητας**
  - **Συστήματα $1^{ης}$ τάξεως**
  - **Συστήματα $2^{ης}$ τάξεως**

Ταυτοποίηση Μαύρου Κουτιού

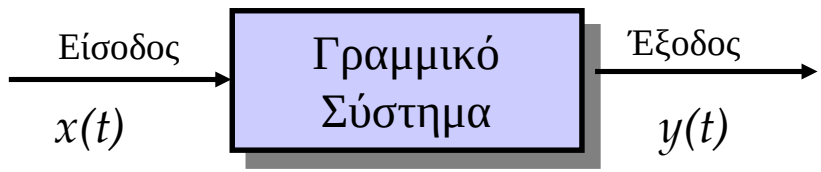


Θερμοζεύγος,
Επιμυκηνσιόμετρο,
Άλλα Μετρητικά Στοιχεία,...

Δίδεται μια συσκευή μέτρησης θερμοκρασίας χωρίς τα εγχειρίδια χρήσης ή οποιοδήποτε άλλο χρήσιμο υλικό. Ποιες ενέργειες είναι απαραίτητες για τη χρήση της συσκευής αυτής;

- **Ποιες πληροφορίες είναι αναγκαίες για την επιτυχή λειτουργία της συσκευής;**
- **Ποια είναι τα πειράματα που χρειάζονται για τη συλλογή των απαραίτητων πληροφοριών;**
- **Πως θα βγάλουμε τις αναγκαίες πληροφορίες από τα πειράματα αυτά;**

Ταυτοποίηση Συστήματος



- Χρησιμοποιούμε δεδομένα εισόδου-εξόδου του συστήματος για την ανάκτηση των δυναμικών χαρακτηριστικών μιας συσκευής ή συστήματος συσκευών.
- Η ταυτοποίηση ενός συστήματος, συνίσταται στην κατάλληλη επιλογή των διαφορικών εξισώσεων που διέπουν το σύστημα και στον προσδιορισμό των αντίστοιχων συντελεστών.
- Όταν είναι γνωστός ο τύπος του συστήματος, η ταυτοποίηση γίνεται με τη διεξαγωγή της δυναμικής βαθμονόμησης για την ανάκτηση των δυναμικών χαρακτηριστικών του συστήματος.
-“Δυναμικά” χαρακτηριστικά:

- Σύστημα $1^{ης}$ τάξης --
- Σύστημα $2^{ης}$ τάξης --

Χρονική Απόκριση (Βηματική) (Σύστημα 1ης Τάξεως)

- **<u>Σύστημα 1ης Τάξεως</u>** (π.χ. θερμοζεύγος)

$$\tau \frac{dy}{dt} + y = K\,x$$

όπου τ είναι η σταθερά χρόνου και K είναι η στατική ευαισθησία.

<u>Βηματική Απόκριση</u> – Η έξοδος του συστήματος εξ' αιτίας της βηματικής αλλαγής εισόδου.

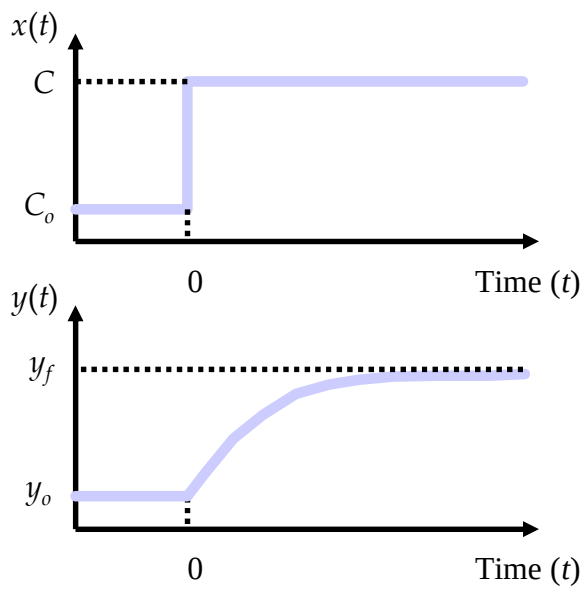
Δίνεται $y(t) = y_o$ για $t = 0$,

Με $x(t) = C$ για $t \geq 0$ και

$x(t) = C_o$ για $t < 0$, τότε

$$\Rightarrow \quad y(t) = y_f + (y_o - y_f)\,e^{-\left(\frac{t}{\tau}\right)}$$

$$= y_o + (y_f - y_o)\left[1 - e^{-(t/\tau)}\right]$$

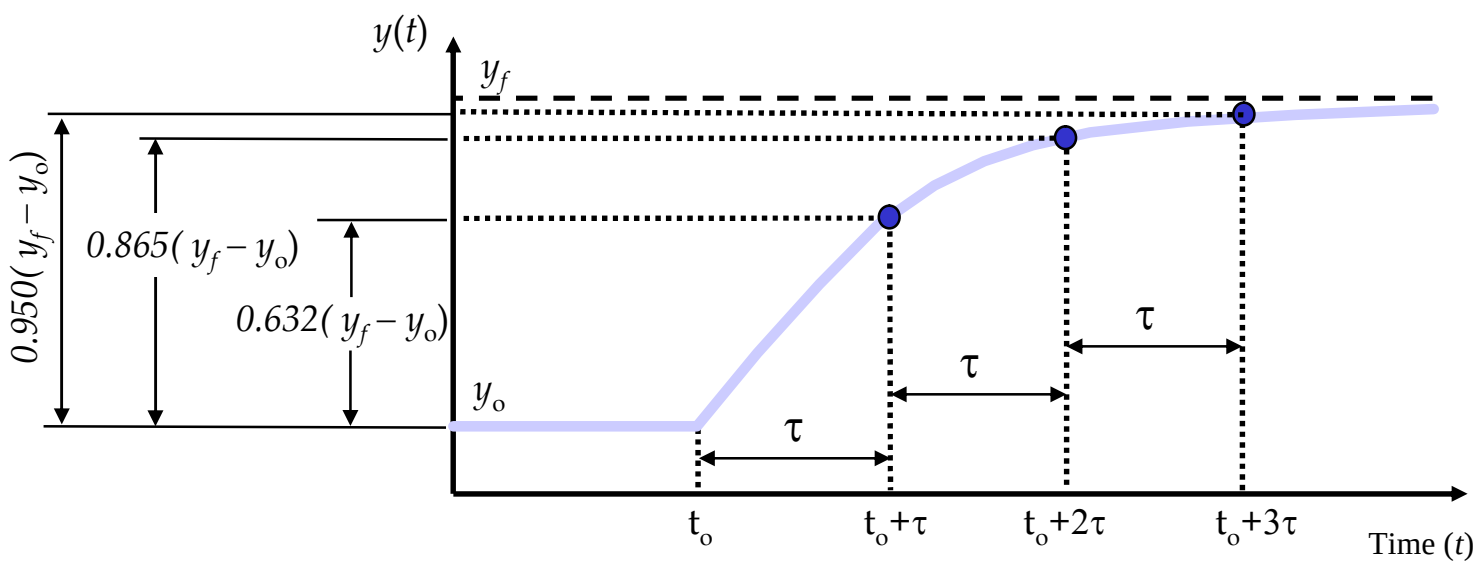


Χρονική Απόκριση (Βηματική) (Σύστημα 1ης Τάξεως)

Εύρεση της σταθεράς χρόνου (τ)

- **<u>Μέθοδος του 63.2 %</u>**

$$\frac{\text{μεταβολή } y(t)}{\text{Μέγιστη Μεταβολή}} = \frac{y(t)-y_o}{y_f-y_o} = 1-e^{-\left(\frac{t}{\tau}\right)} = \begin{cases} 0.632 & \text{με} \quad t=\tau \\ 0.865 & \text{με} \quad t=2\tau \\ 0.950 & \text{με} \quad t=3\tau \end{cases}$$



Χρονική Απόκριση (Βηματική) (Σύστημα 1ης Τάξεως)

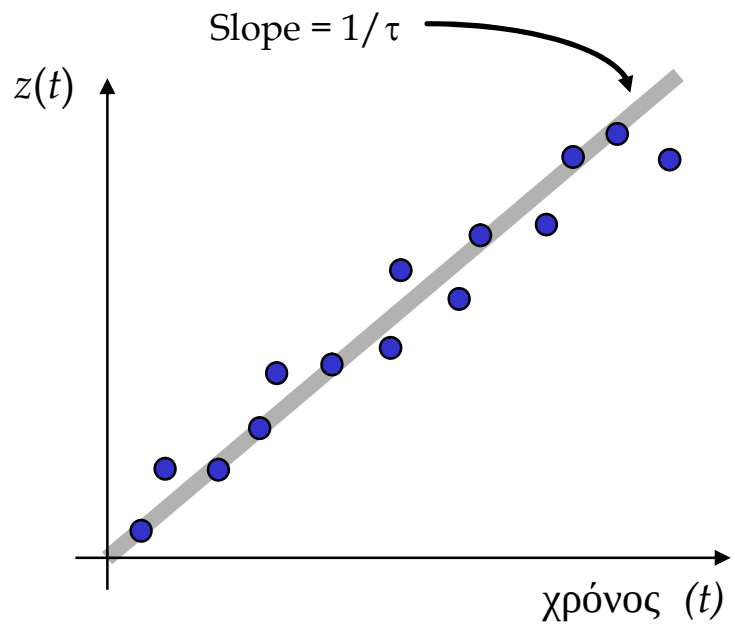
Εύρεση της σταθεράς χρόνου (τ)

- **Λογαριθμική Γραμμικοποίηση**

$$e^{-\left(\frac{t}{\tau}\right)} = \frac{y(t) - y_f}{y_o - y_f}$$

$$\Rightarrow \frac{t}{\tau} = \ln\left(\frac{y_f - y_o}{y_f - y(t)}\right)$$

$\Rightarrow$



Πως βρίσκουμε τη στατική ευαισθησία K;

Χρονική Απόκριση (Βηματική)
(Σύστημα 2ης Τάξεως)

- **<u>Σύστημα 2ης Τάξεως</u>** (π.χ. επιταχυνσιόμετρο, ελατήριο....)

$$\frac{1}{\omega_n^2}\frac{d^2y}{dt^2}+\frac{2\zeta}{\omega_n}\frac{dy}{dt}+y=K\,x$$

όπου ω_n είναι η φυσική ιδιοσυχνότητα, ζ είναι ο συντελεστής απόσβεσης και K η στατική ευαισθησία του συστήματος.

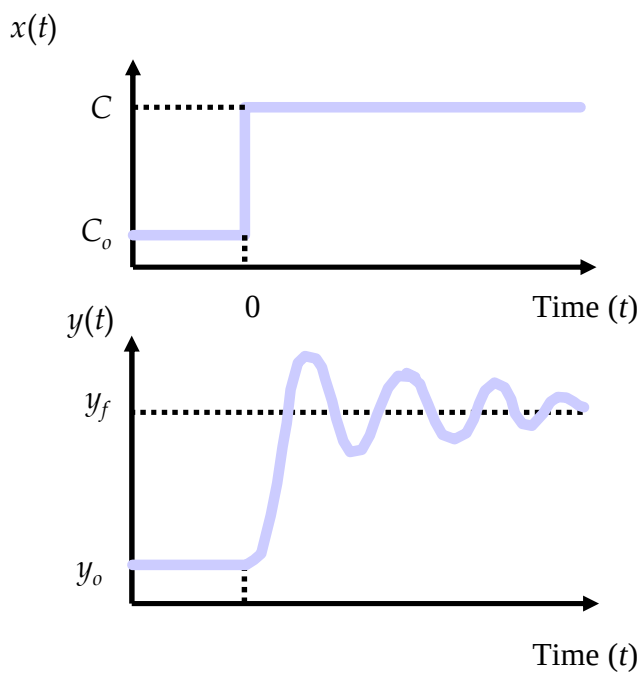
Δίδεται $y(t) = y_o$ και $\dot{y}(t)=0$ τη χρονική στιγμή $t = 0$,

Με $x(t) = C$ για $t \geq 0$ και

$x(t) = C_o$ για $t < 0$, τότε

$$y(t) = y_o + (y_f - y_o)\left[1 - \frac{e^{-\zeta\omega_n t}}{\sqrt{1-\zeta^2}}\sin\left(\underbrace{\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}}_{\omega_d}\,t + \phi\right)\right]$$

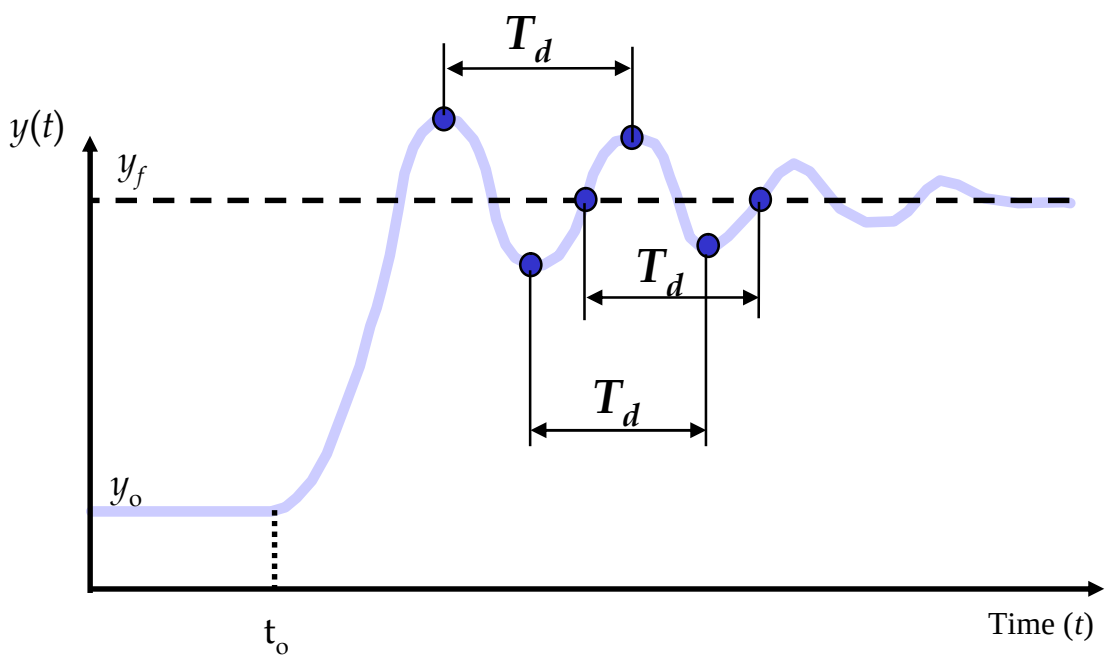
με $\phi = \tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{1-\zeta^2}}{\zeta}\right)$



Χρονική Απόκριση (Βηματική)
(Σύστημα 2ης Τάξεως)

Εύρεση συχνότητας αποσβεννύμενης ταλάντωσης (ω_d)

Βηματική Απόκριση $\Rightarrow \boldsymbol{T_d} \Rightarrow \quad \omega_d = \dfrac{2\pi}{T_d} = \omega_n\sqrt{1-\zeta^2}$



Χρονική Απόκριση (Βηματική) (Σύστημα 2ης Τάξεως)

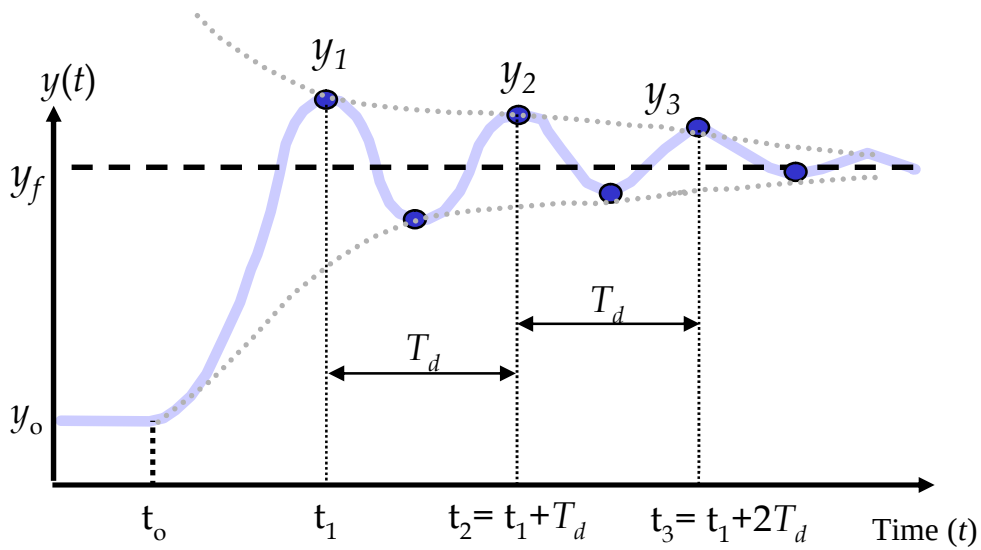
Εύρεση του συντελεστή απόσβεσης (ζ)

- **Μέθοδος Λογαριθμικής Εξασθένισης**

$$\begin{cases} y_i - y_f = \dfrac{(y_f - y_o)}{\sqrt{1-\zeta^2}} e^{-\zeta\omega_n t_i} \\ y_{i+n} - y_f = \dfrac{(y_f - y_o)}{\sqrt{1-\zeta^2}} e^{-\zeta\omega_n (ti+nT_d)} \end{cases}$$

$$\delta = \frac{1}{n} \ln\left(\frac{y_i - y_f}{y_{i+n} - y_f}\right) = \zeta\omega_\eta T_d$$

$$\delta = \frac{1}{n} \ln\left(\frac{y_i - y_f}{y_{i+n} - y_f}\right) = \frac{2\pi\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}$$



⇒ Επίλυση ως προς ζ

Χρονική Απόκριση (Βηματική)
(Συστήματα 2ης Τάξεως)

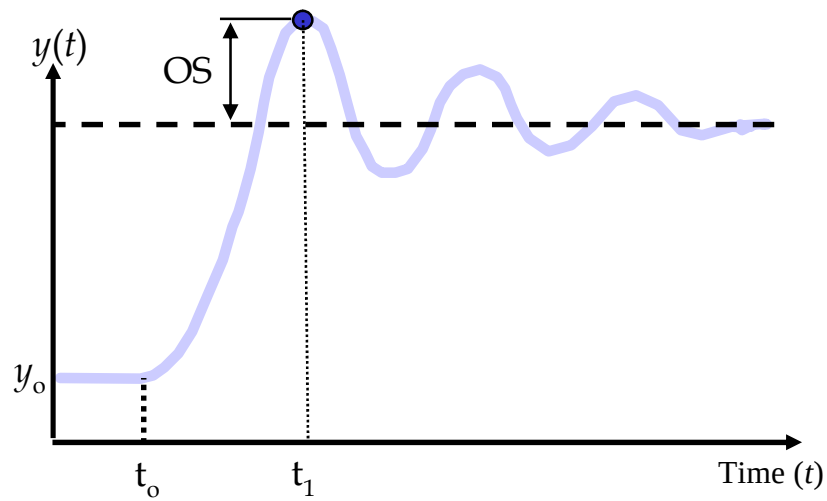
Εύρεση του συντελεστή απόσβεσης (ζ)

- **<u>Μέθοδος Ποσοστιαίας Υπέρβασης</u>**

$$OS = y_{max} - y_f$$

$$= (y_f - y_o)\frac{e^{-\zeta\omega_n \frac{\pi}{\omega_d}}}{\sqrt{1-\zeta^2}}\sin(\phi)$$

$$OS = (y_f - y_o)e^{-\frac{\zeta\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}}$$



$$\Rightarrow \quad \frac{\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}} = \frac{1}{\pi}\ln\left(\frac{y_f - y_o}{OS}\right)$$

$\Rightarrow$ Επίλυση ως προς ζ

Χρονική Απόκριση (Βηματική)

- **Σύστημα 1ης Τάξεως**
  - Εύρεση των τ και K

(1) Χρήση είτε της
  - **Μεθόδου 63,2%**
  - **Λογαριθμικής Γραμμικοποίησης**

  Για την εύρεση της σταθεράς χρόνου τ.

(2) Χρήση

$$K = \frac{y_f - y_o}{C - C_o} = \frac{y_f}{C} \qquad (*)$$

για την εύρεση της στατικής ευαισθησίας K.

- **Σύστημα 2ης Τάξεως**
  - Εύρεση των ζ , ω_n και K

(1) Εύρεση της περιόδου της αποσβενύμενης ταλάντωσης φυσικής συχνότητας T_d

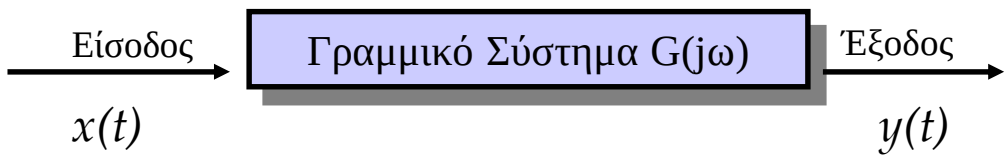
$$\omega_d = \frac{2\pi}{T_d} = \omega_n \sqrt{1-\zeta^2} \qquad (**)$$

(2) Εύρεση του συντελεστή απόσβεσης ζ, με χρήση είτε της
  - **Μεθόδου Λογαριθμικής Ελάττωσης** του πλάτους ταλάντωσης
  - **Μεθόδου Ποσοστιαίας Υπέρβασης**

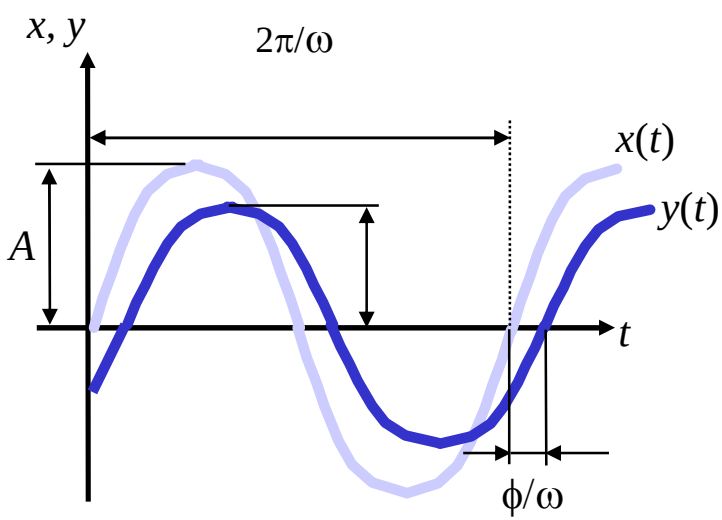
(3) Χρήση της (**) και του ζ για την εύρεση φυσικής ιδιοσυχνότητας ω_n του συστήματος.

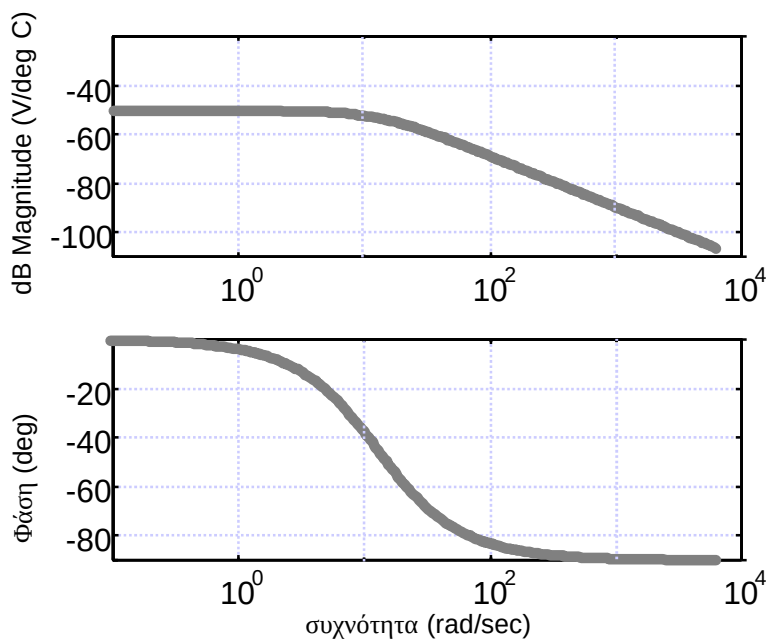
(4) Χρήση της (*) για εύρεση της στατικής ευαισθησίας K.

Απόκριση Συχνότητας



Είσοδος: $x(t) = A\sin(\omega t)$ => $y(t) = |G(j\omega)| A \sin\left[\omega t + \mathrm{Arg}\left(G(j\omega)\right)\right]$





Απόκριση Συχνότητας (Σύστημα 1ης Τάξης)

- **Σύστημα 1ης Τάξεως**

$$G(j\omega) = \frac{K}{\tau\, j\omega + 1}$$

Μέτρο (κέρδος)

- Για $\omega = 0$ [rad/s]

$$|G(j0)| = |K|$$

$$= 20\log_{10}(|K|) \quad \text{dB}$$

- Για $\omega = 1/\tau$ [rad/s]

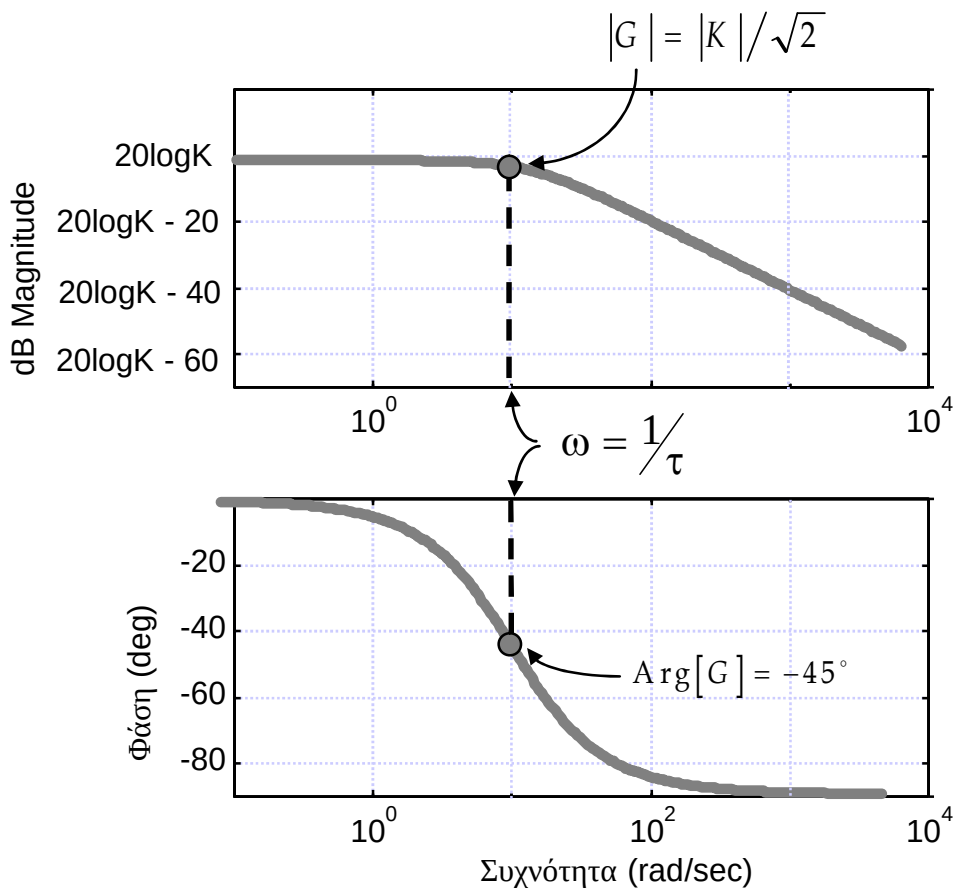
$$\left|G\left(j\frac{1}{\tau}\right)\right| = \frac{|K|}{\sqrt{2}}$$

$$= 20\log_{10}(|K|) - 3 \quad \text{dB}$$

Φάση

- Με $\omega = 1/\tau$ [rad/s]

$$\text{Arg}\left[G\left(j\,1/\tau\right)\right] = -\frac{\pi}{4} = -45^\circ$$



Απόκριση Συχνότητας (Συστήματα 2ης Τάξης)

- **Σύστημα 2ης Τάξεως**

$$G(j\omega) = \frac{K}{j\frac{2\zeta\omega}{\omega_n} + \left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_n^2}\right)}$$

Μέτρο (κέρδος)

- Για $\omega = 0$ [rad/s]

$$|G(j0)| = |K|$$

$$= 20\log_{10}(|K|) \quad \text{dB}$$

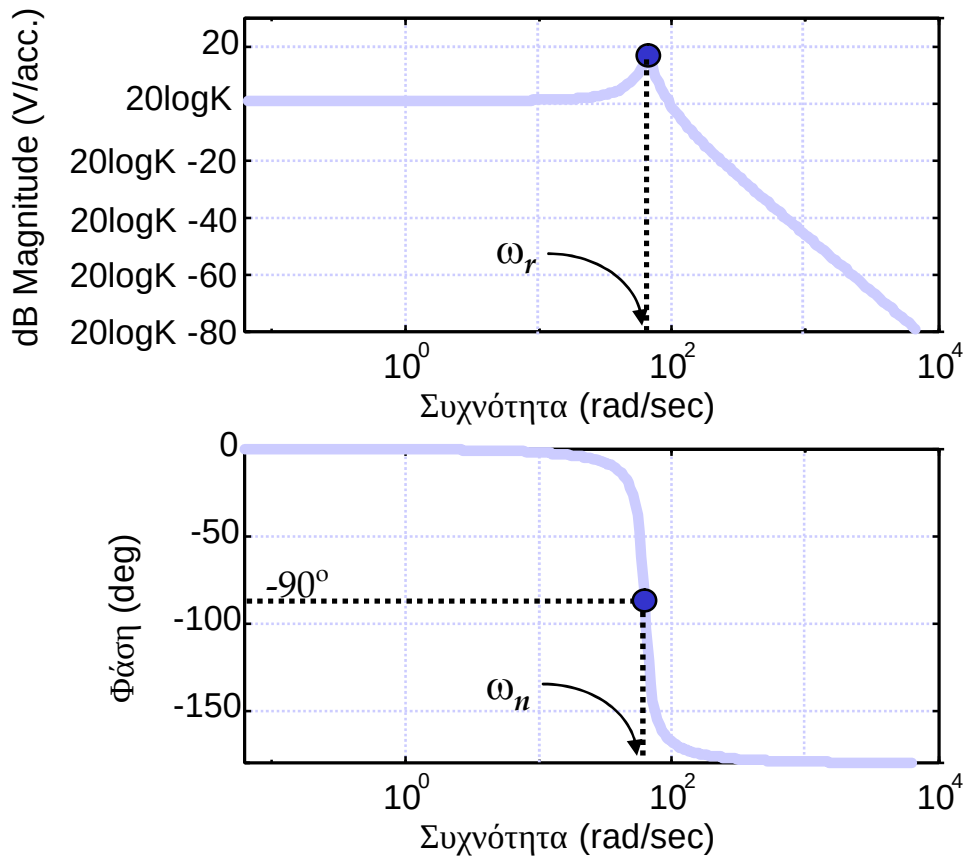
- Το μέγιστο μέτρο εμφανίζεται στη συχνότητα συντονισμού:

$$\omega = \omega_r = \omega_n\sqrt{1 - 2\zeta^2}$$

Φάση

- Με $\omega = \omega_n$ [rad/s]

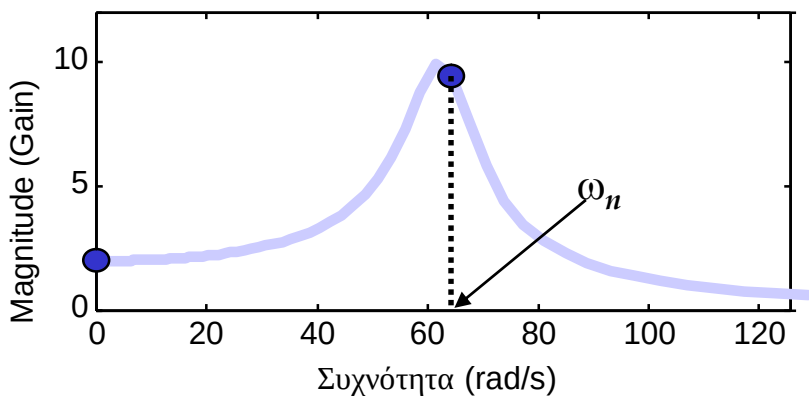
$$\text{Arg}\left[G(j\omega_n)\right] = -\frac{\pi}{2} = -90^\circ$$



Απόκριση Συχνότητας (Συστήματα 2ης Τάξης)

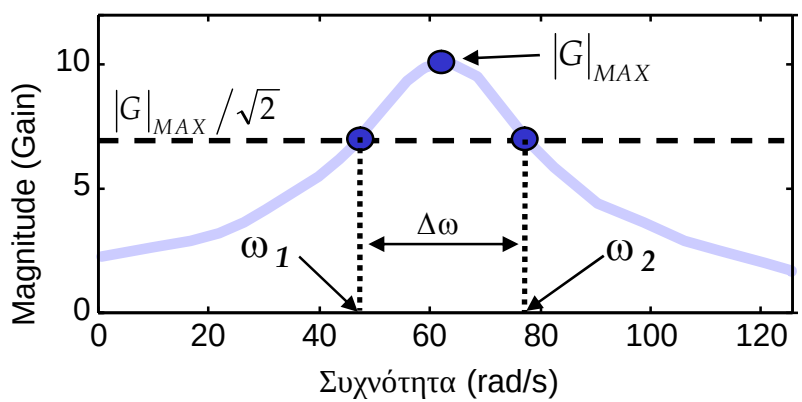
- **Σύστημα 2ης Τάξεως**
  Συντελεστής Απόσβεσης ζ
  - **Μέθοδος Ενίσχυσης**

$$\frac{|y(t)|_{\omega=\omega_n}}{|y(t)|_{\omega=0}} = \frac{|G(j\omega_n)|}{|G(j0)|} = \frac{1}{2\zeta}$$



  - **Μέθοδος Μισής Ισχύος**

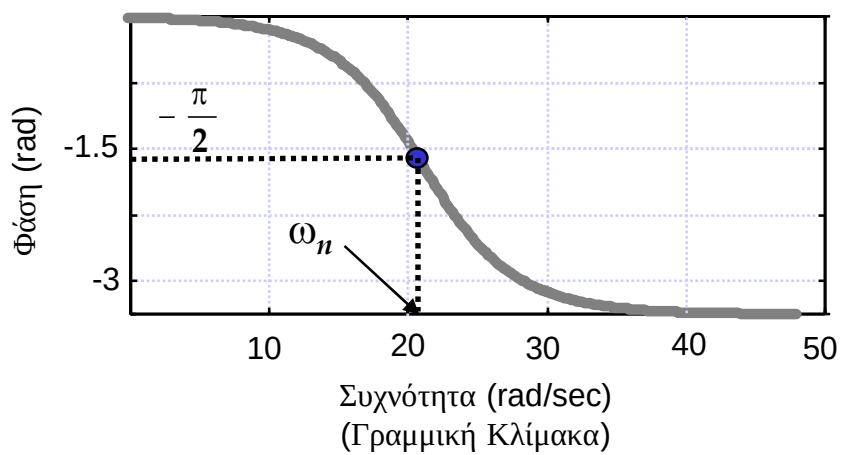
$$\zeta = \frac{\Delta\omega}{2\omega_n} = \frac{\omega_2 - \omega_1}{2\omega_n}$$



Απόκριση Συχνότητας (Συστήματα 2ης Τάξης)

- **Σύστημα 2ης Τάξεως**
  Συντελεστής Απόσβεσης ζ
  - **Μέθοδος Κλίσης Γωνίας Φάσεως**

$$\zeta = -\frac{1}{\omega_n}\left[\left.\frac{d\,\phi}{d\omega}\right|_{\omega=\omega_n}\right]^{-1}$$



Απόκριση Συχνότητας

- **Σύστημα 1ης Τάξης**
  - Εύρεση τ και K

(1) Εύρεση της σταθεράς χρόνου τ με τη βοήθεια της διαφοράς φάσης
  - Εύρεση της συχνότητας(ω_c) όπου η φάση είναι -45°.

$$\omega_c = \frac{1}{\tau} \quad [\text{rad/s}]$$

(2) Χρήση του μέτρου στη μηδενική συχνότητα, για εύρεση της στατικής ευαισθησίας K.

$$|G(j0)| = |K|$$

$$= 20\log_{10}(|K|) \quad \text{dB}$$

- **Σύστημα 2ης Τάξης**
  - Εύρεση ζ , ω_n και K

(1) Εύρεση της χρονικής σταθεράς τ με τη βοήθεια της διαφοράς φάσης
  - Εύρεση της συχνότητας(ω_n) με φάση - 90°.

(2) Χρήση των Μεθόδων
  - **Ενίσχυσης Πλάτους**
  - **Μισής Ισχύος**
  - **Κλίσεως συντελεστή γωνίας φάσης**

  για την εύρεση του συντελεστή απόσβεσης ζ

(3) Χρήση του μέτρου για μηδενική συχνότητα για την εύρεση της στατικής ευαισθησίας K.