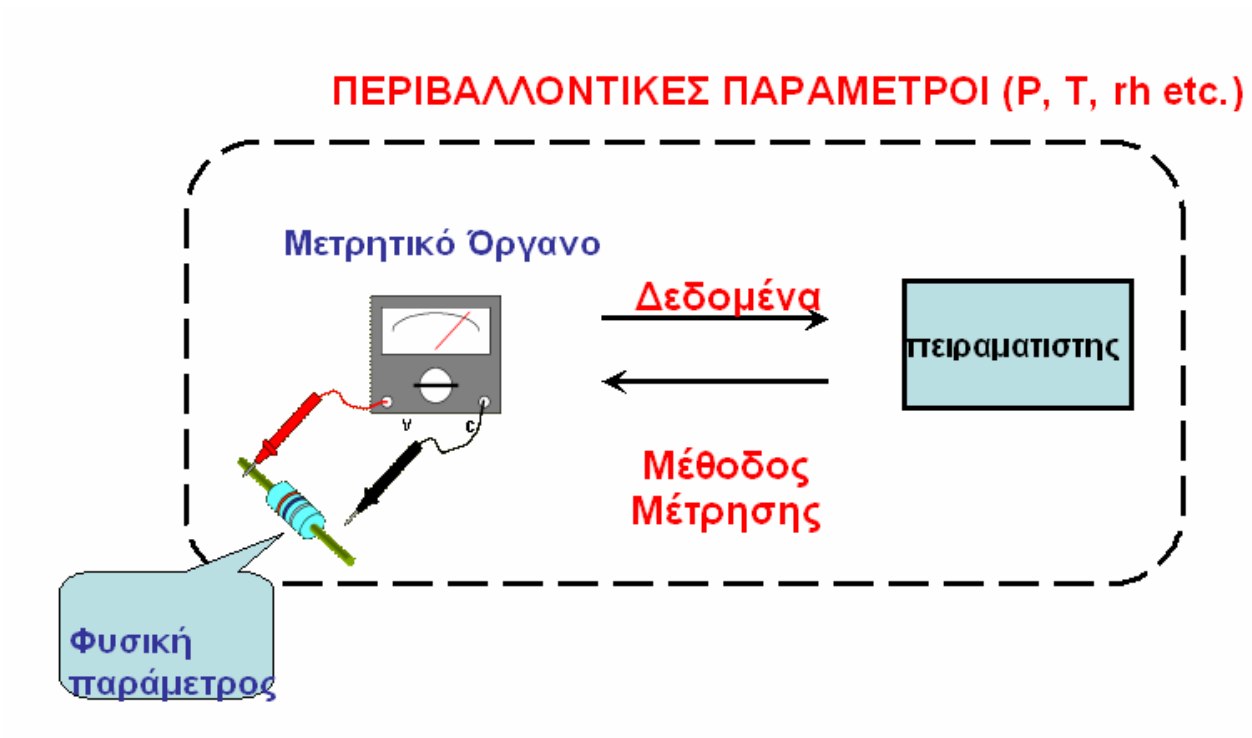
Μετρήσεις Τεχνικών Μεγεθών

Βασικές Έννοιες των Μεθόδων Μέτρησης

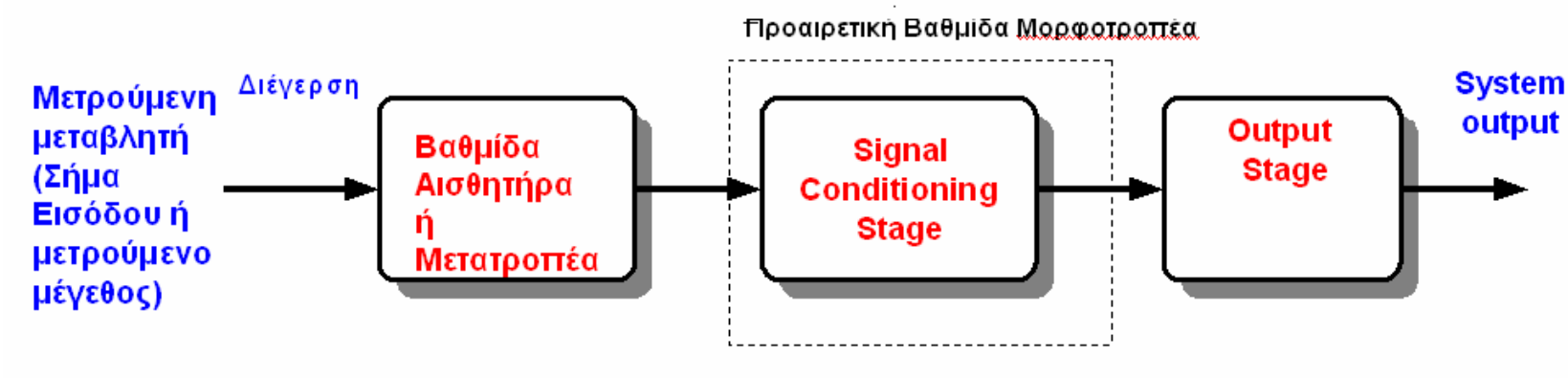
Τι είναι μέτρηση;

Μέτρηση είναι η διαδικασία σύγκρισης ενός μεγέθους με ένα άλλο ομοειδές που θεωρείται ως πρότυπο (standard) και λαμβάνεται ως μονάδα.

Αποτέλεσμα της μέτρησης είναι ο λόγος (αριθμός) του μετρούμενου μεγέθους προς αυτόν του προτύπου



Τυπικό Μετρητικό Σύστημα



-Ενισχυτής
-Φίλτρο
-Μετατόπιση DC

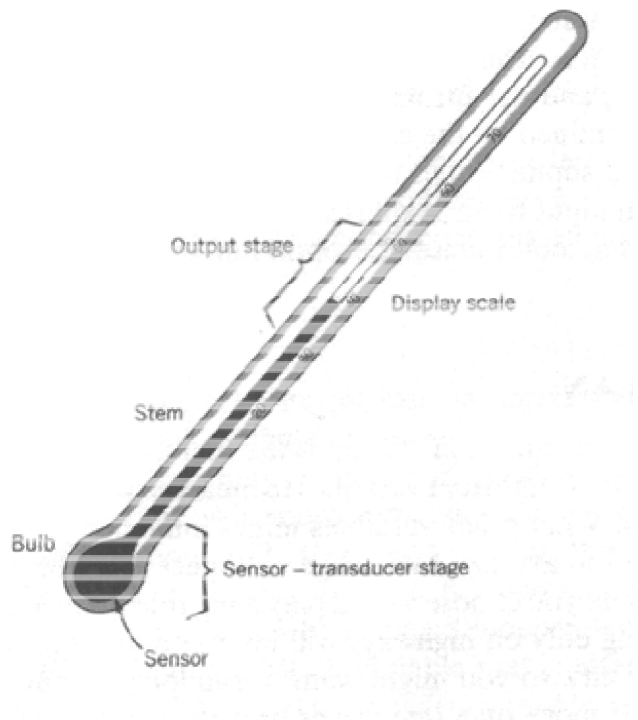
-meter
-oscilloscope
-recorder

Αισθητήρας ή μετατροπέας είναι η συσκευή εκείνη που μετατρέπει τη μετρήσιμη ποσότητα σε ανιχνεύσιμη μορφή σήματος: ηλεκτρική, μηχανική, οπτική κλπ.

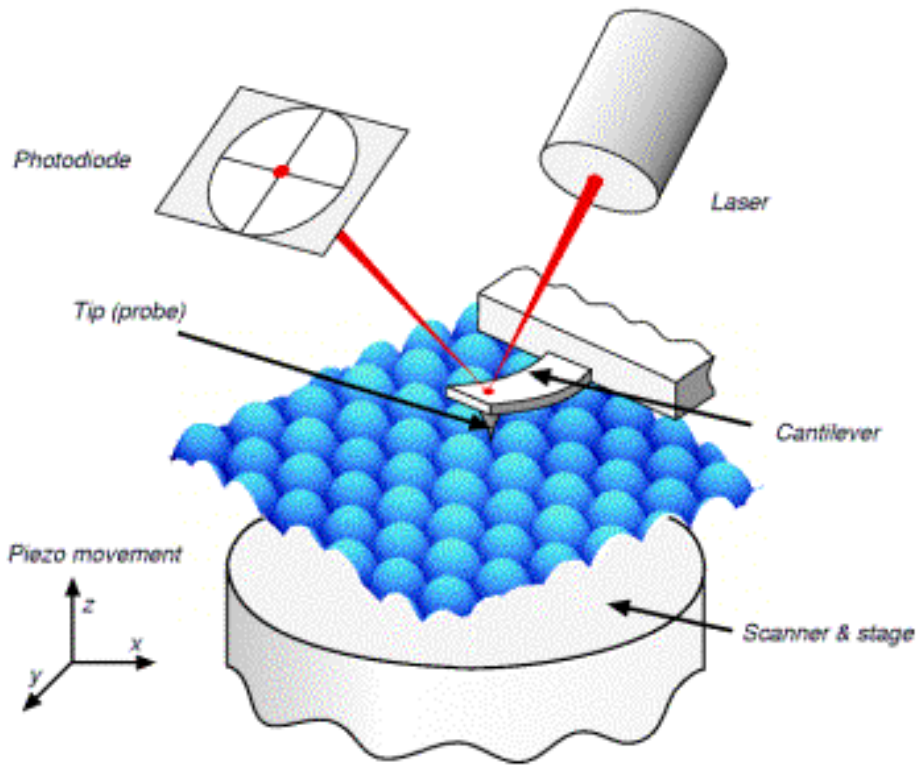
Η βαθμίδα του μορφοτροπέα μετατρέπει το σήμα του μετατροπέα στην επιθυμητή μορφή π.χ. ενίσχυση, μείωση θορύβου.

Βαθμίδα εξόδου παρέχει την ένδειξη της τιμής της μέτρησης
(συσκευή ανάγνωσης ή καταγραφής)

Παραδείγματα Μετρητικών Συστημάτων



Θερμόμετρο βολβού



Μικροσκόπιο ατομικών δυνάμεων, ως παράδειγμα σύνθετου συστήματος

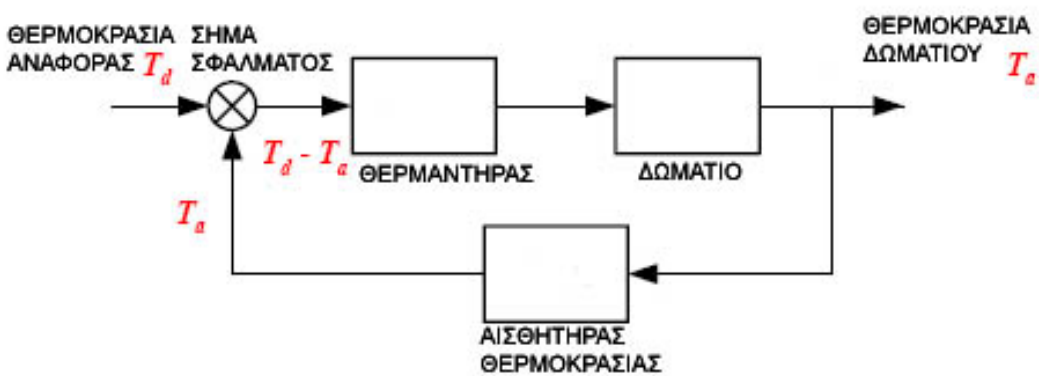
Χρήσιμοι Ορισμοί

- **Μετατροπέας**
- **συσκευή που μετατρέπει ένα σήμα από μια φυσική μορφή σε μια άλλη διαφορετική. (μετατροπέας ενέργειας)**
- **Αισθητήρας (μετατροπέας εισόδου)**
- **συσκευή που μετατρέπει το μετρούμενο φυσικό ή μη φυσικό σήμα σε ηλεκτρικό σήμα που μπορεί να επεξεργαστεί ή να μετρηθεί ηλεκτρονικά. (φυσικό σήμα/ηλεκτρικό σήμα)**
- **Ενεργοποιητής (μετατροπέας εξόδου)**

  μία συσκευή που μετατρέπει το τροποποιημένο ηλεκτρικό σήμα σε μη ηλεκτρικό σήμα. (ηλεκτρικό σήμα/φυσικό σήμα)

Εφαρμογές ενός Μετρητικού Συστήματος

- Παρακολούθηση διεργασιών και λειτουργιών
- Έλεγχος διεργασιών και των λειτουργιών
- Πειραματική ανάλυση

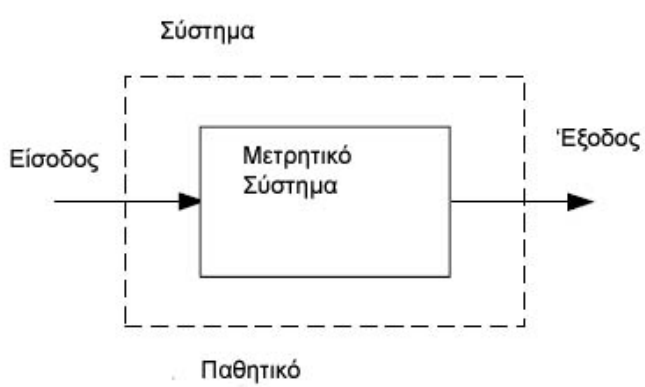


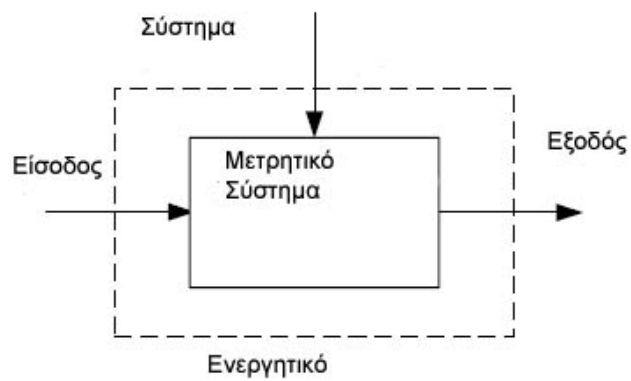
Απλό σύστημα ελέγχου κλειστού βρόγχου

Ομοίωμα οδηγού

Ενεργητικό και Παθητικό Όργανο

- **Παθητικό Όργανο:** ένα όργανο του οποίου η ενέργεια του σήματος εξόδου παρέχεται αποκλειστικά ή σχεδόν αποκλειστικά από το σήμα εισόδου
- **Ενεργητικό Όργανο:** ένα όργανο με εφεδρική παροχή ισχύος, η οποία συμβάλει το μεγαλύτερο μέρος ισχύος του σήματος εξόδου, ενώ το σήμα εισόδου συμβάλει μόνο ένα ασήμαντο μέρος του σήματος εξόδου





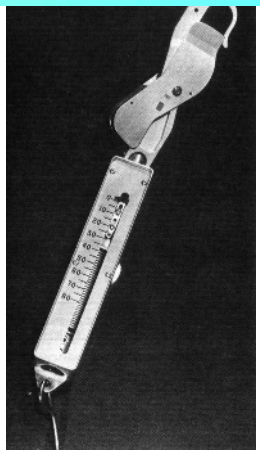
ΜΕΘΟΔΟΙ ΜΕΤΡΗΣΗΣ ΜΗΔΕΝΙΚΟΥ ΔΕΙΚΤΗ ΚΑΙ ΜΗ ΜΗΔΕΝΙΚΗΣ ΑΠΟΚΛΙΣΗΣ

Μέθοδος Απόκλισης

- **Η μετρούμενη ποσότητα δημιουργεί κάποια φυσική επίδραση που προκαλεί ίδια και αντίθετη επίδραση σε κάποιο μέρος των οργάνων. Η αντίθετη αυτή επίδραση αυξάνει την αντίθετη επίδραση έως ότου επιτευχθεί ισορροπία, τότε μετριέται η 'απόκλιση'**

Μέθοδος μηδενικού δείκτη:

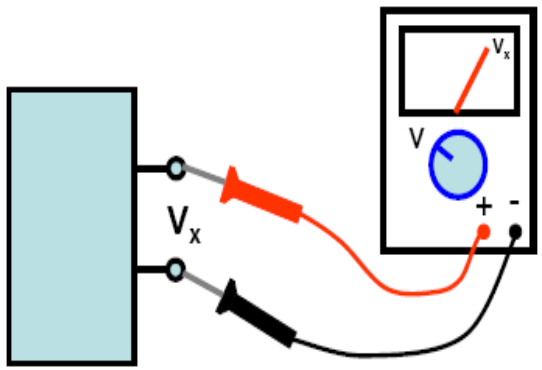
- **Ένα όργανο μηδενικής ένδειξης διατηρεί μηδενική απόκλιση, με κατάλληλη εφαρμογή γνωστών επιδράσεων που να αντισταθμίσουν εκείνες που προκύπτουν από τη μετρούμενη ποσότητα.**



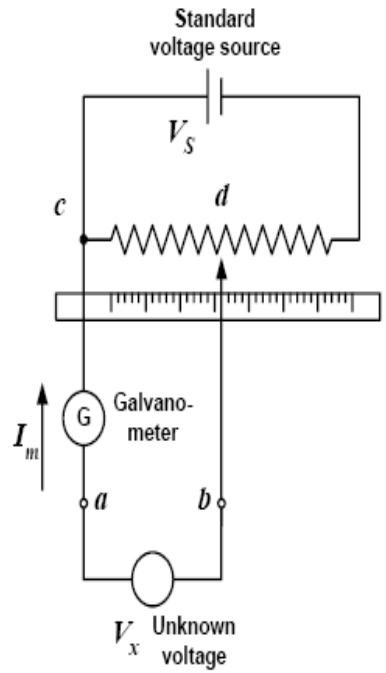
Ζυγός ελατηρίου

Ζυγός φάλαγγας

ΜΕΘΟΔΟΙ ΜΕΤΡΗΣΗΣ ΜΗΔΕΝΙΚΟΥ ΔΕΙΚΤΗ ΚΑΙ ΜΗ ΜΗΔΕΝΙΚΗΣ ΑΠΟΚΛΙΣΗΣ



Measuring unknown voltage using a voltmeter



Potentiometer voltage measurement

Αναλογικοί και Ψηφιακοί Τρόποι Λειτουργίας

Αναλογικό Όργανο: Ένα αναλογικό όργανο δίνει τιμές εξόδου συνεχώς μεταβαλλόμενες με την αλλαγή της μετρούμενης ποσότητας.(πεδίο ορισμού είναι το πεδίο των πραγματικών αριθμών της κλίμακας του οργάνου)

Ψηφιακό Όργανο: Ένα ψηφιακό όργανο παρέχει τιμές εξόδου οι οποίες μεταβάλλονται σε διακριτά βήματα (πεπερασμένος αριθμός τιμών από το πεδίο των πραγματικών αριθμών)

Μεταβλητές

Ανεξάρτητη μεταβλητή

μια μεταβλητή που μπορεί να μεταβάλλεται ανεξάρτητα από άλλες μεταβλητές.

Εξαρτημένη μεταβλητή

μία μεταβλητή η οποία επηρεάζεται από μία ή περισσότερες μεταβλητές.

Ελεγχόμενη μεταβλητή

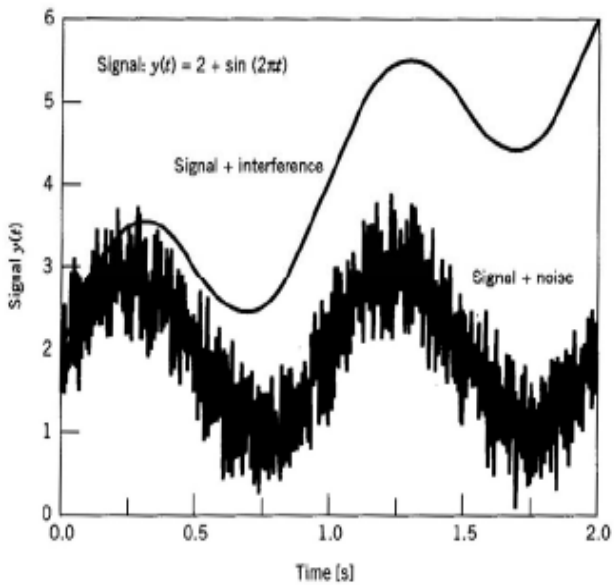
μία μεταβλητή η οποία έχει σταθερή τιμή κατά τη διάρκεια της διαδικασίας μέτρησης.

- **Εξωγενής μεταβλητή**

μία μεταβλητή που δεν μπορεί να ελεγχθεί κατά τη διαδικασία της μέτρησης και που επηρεάζει τη μετρούμενη μεταβλητή

Εξωγενείς Μεταβλητές

- **Παρεμβολή**
- **Μια ανεπιθύμητη νομοτελειακή συμπεριφορά της μετρούμενης μεταβλητής που οφείλεται σε εξωγενείς μεταβλητές.**
- **Θόρυβος**
- **μια τυχαία μεταβολή στην τιμή του μετρούμενου σήματος ως συνέπεια της μεταβολής των εξωγενών μεταβλητών.**



Παρεμβολή και Θόρυβος

Παράδειγμα Πειραματικών Μεταβλητών

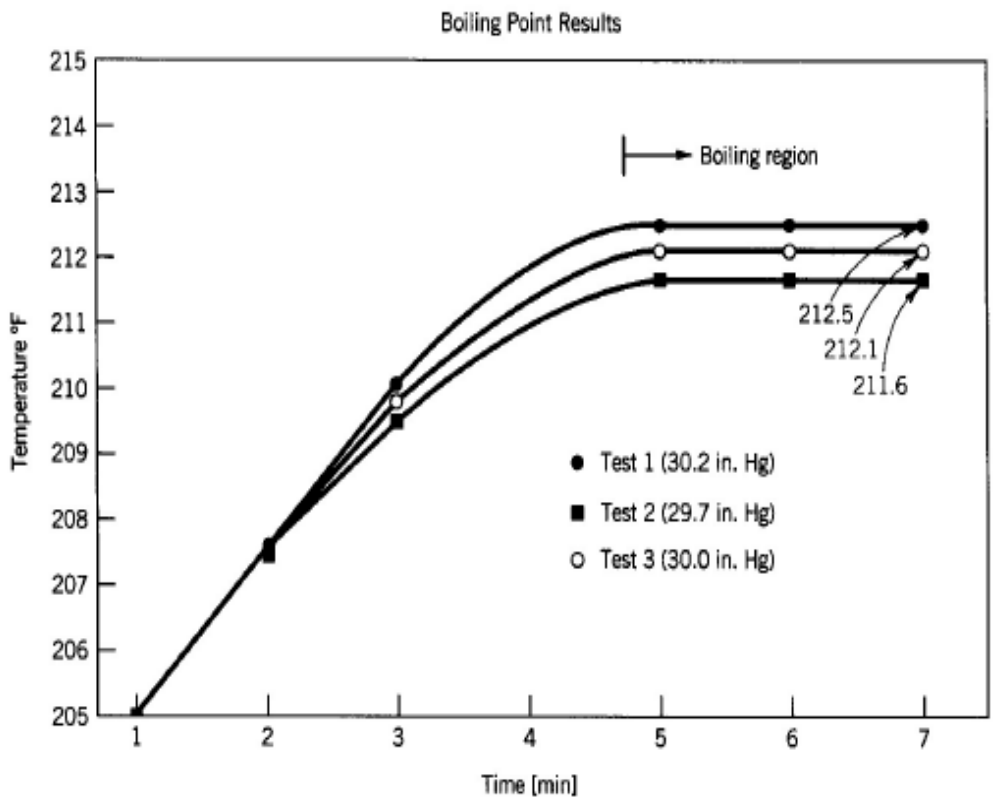


Figure 1.3 Results of a boiling point test for water.

Βαθμονόμηση

- **Βαθμονόμηση (calibration):** Η διαδικασία διαμέσου της οποίας γνωστές τιμές (συνήθως πρότυπες) εισόδου εφαρμόζονται σ' ένα μετρητικό σύστημα (ή αισθητήρα) με σκοπό την παρατήρηση της εξόδου του συστήματος (ή αισθητήρα). Η βαθμονόμηση καθορίζει ουσιαστικά την κλίμακα του οργάνου.
- **Στατική βαθμονόμηση:** Η διαδικασία βαθμονόμησης στην οποία οι τιμές της μετρούμενης μεταβλητής παραμένουν σταθερές (δεν μεταβάλλονται στο χρόνο).
- **Δυναμική βαθμονόμηση:** Όταν οι μεταβλητές που μας ενδιαφέρουν είναι συναρτήσεις του χρόνου και αυτή η χρονική συμπεριφορά είναι το ζητούμενο. Η δυναμική βαθμονόμηση καθορίζει τη σχέση μεταξύ μιας εισόδου με γνωστή δυναμική συμπεριφορά και της αντίστοιχης εξόδου του μετρητικού συστήματος.

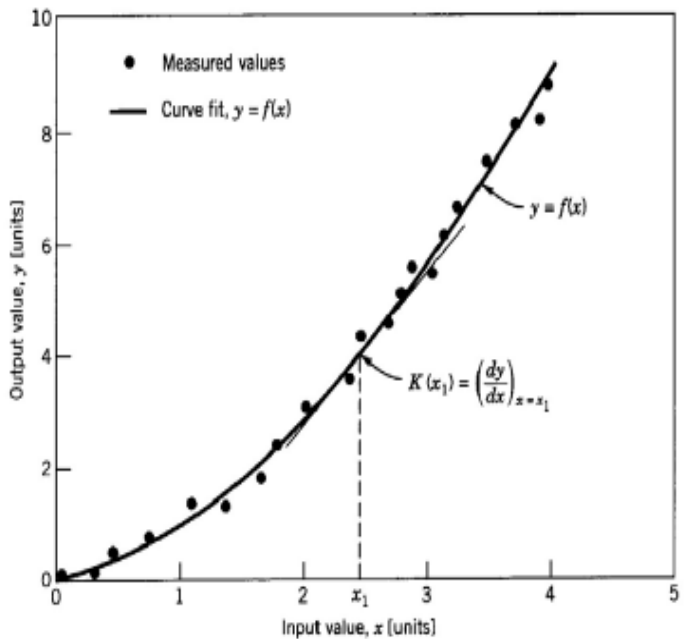
Στατικά Χαρακτηριστικά

- **Στατική Ευαισθησία:** Ο λόγος αλλαγής του σήματος εξόδου (y) προς την αντίστοιχη αλλαγή του σήματος εισόδου (x).

$$K = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}\bigg|_{x=x_i} = \left(\frac{dy}{dx}\right)_{x=x_i}$$

Όταν το όργανο έχει γραμμική συμπεριφορά τότε η ευαισθησία είναι σταθερή, σ' όλη την περιοχή λειτουργίας του.

K = σταθερά εάν το y είναι γραμμική συνάρτηση του x, y=ax+b



Τυπική Καμπύλη Στατικής Βαθμονόμησης

Στατικά Χαρακτηριστικά

- **Περιοχή τιμών (range) εισόδου:** ορίζεται από το σύνολο των τιμών της μεταβλητής εισόδου (x_{min} , x_{max})
- **Εύρος (span) εισόδου,** εύρος λειτουργίας, εύρος πλήρους κλίμακας: Η μέγιστη μεταβολή της μεταβλητής εισόδου ($x_{max} - x_{min}$).

$$r_i = (x_{max} - x_{min})$$

- **Εύρος Εξόδου, Πλήρης κλίμακα εξόδου:** Η μέγιστη μεταβολή της μεταβλητής εξόδου

$$r_o = (y_{max} - y_{min})$$

- **Μηδενική Μετατόπιση (Zero Offset)**: Η έξοδος ενός μετατροπέα, για μηδενική τιμή εισόδου του μετρούμενου μεγέθους, σε τυπικές συνθήκες περιβάλλοντος εάν αυτό δεν καθορίζεται .

Στατικά Χαρακτηριστικά

- **Ακρίβεια (accuracy) είναι η απόκλιση της ένδειξης του οργάνου από την πραγματική (αληθινή) τιμή του μετρούμενου μεγέθους.**

  Η ακρίβεια του οργάνου δεν είναι εν γένει σταθερή σ' όλη την περιοχή λειτουργίας του οργάνου. Εκφράζεται δε ως ποσοστό της ένδειξης του οργάνου ή ως ποσοστό του εύρους τιμών του.

  ε= μετρούμενη τιμή –πραγματική τιμή

  Ως ποσοστό της ένδειξης

$$\varepsilon_a(\%) = \frac{(y_m - y_t)}{y_t} \cdot 100$$

  Ως ποσοστό του εύρους

$$\varepsilon_f(\%) = \frac{(y_m - y_t)}{r_0} \cdot 100$$

  y_m μετρούμενη τιμή

  y_t πραγματική τιμή

  Η αληθινή (πραγματική) τιμή κατά τη διαδικασία των μετρήσεων δεν είναι σχεδόν ποτέ γνωστή. Το μόνο που είναι εφικτό είναι η εκτίμηση της αναμενόμενης, για αυτό το λόγο συνήθως μιλάμε για εκτίμηση του σφάλματος που ονομάζεται αβεβαιότητα (uncertainty) .

Στατικά Χαρακτηριστικά

Τυχαίο σφάλμα (Precision): Το μέρος εκείνο του σφάλματος που μεταβάλλεται τυχαία σε επαναλαμβανόμενες μετρήσεις μιας συγκεκριμένης τιμής εισόδου. Το μέγεθος της αναμενόμενης διασποράς των μετρήσεων γύρω από τη μέση τιμή.

Συστηματικό σφάλμα (Systematic or bias error): Είναι το μέρος εκείνο του σφάλματος που παραμένει σταθερό σε επαναλαμβανόμενες μετρήσεις μιας συγκεκριμένης τιμής της μεταβλητής εισόδου. Είναι η απόκλιση της μετρούμενης μέσης τιμής από την μετρούμενη πραγματική τιμή ή αναμενόμενη τιμή.

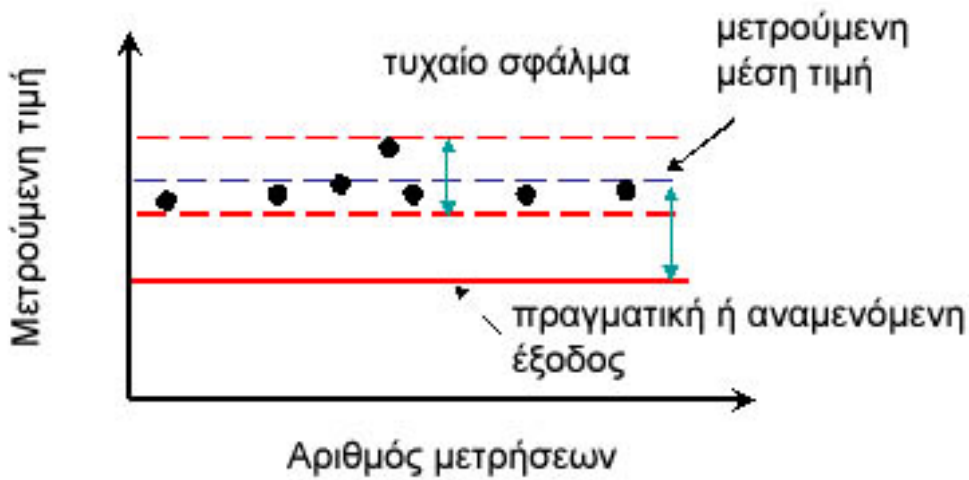
α) Μεγάλη επαναληψιμότητα

β)Μεγάλη ακρίβεια

γ)Συστηματικά και τυχαία σφάλματα οδηγούν σε μικρή ακρίβεια

Στατικά Χαρακτηριστικά

Διευκρινήσεις για τα τυχαία και συστηματικά σφάλματα και την ακρίβεια



Στατικά Χαρακτηριστικά

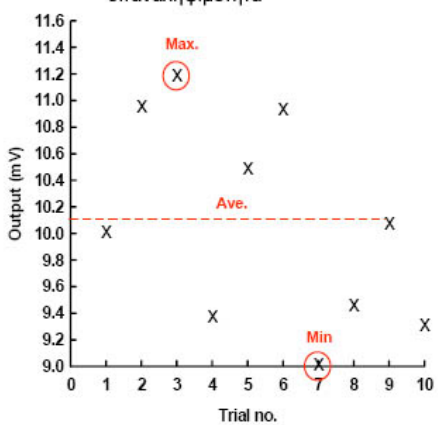
- **Παράδειγμα:** Τρία δυναμόμετρα ελέγχονται για την επαναληψιμότητα. Το ίδιο βάρος των 50kg τοποθετείται στο κάθε δυναμόμετρο 10 φορές. Τα δεδομένα των μετρήσεων αυτών δίνονται στον παρακάτω πίνακα. Υπολογίστε την επαναληψιμότητα και την ακρίβεια κάθε δυναμομέτρου εάν το εύρος εξόδου των τριών δυναμόμετρων είναι 20 mV.

Αριθμ. Μετρησέων	ΕΞΟΔΟΣ ΔΥΝΑΜΟΜΕΤΡΟΥ (mV)		
	A	B	C
1	10.02	11.50	10.00
2	10.96	11.53	10.03
3	11.20	11.52	10.02
4	9.39	11.47	9.93
5	10.50	11.42	9.92
6	10.94	11.51	10.01
7	9.02	11.58	10.08
8	9.47	11.50	10.00
9	10.08	11.43	9.97
10	9.32	11.48	9.98
ΜΕΓΙΣΤΟ	11.20	11.58	10.08
ΜΕΣΗ ΤΙΜΗ	10.09	11.49	9.99
ΕΛΑΧΙΣΤΟ	9.02	11.42	9.92

Στατικά Χαρακτηριστικά

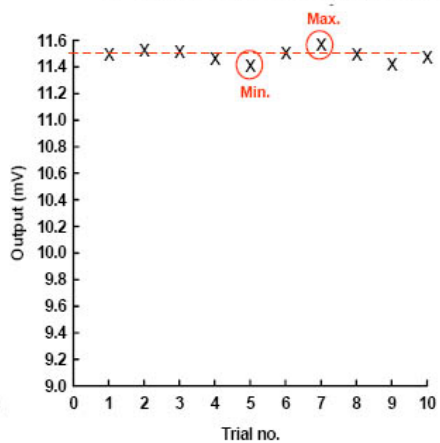
Δυναμόμετρο

- Γενικά ακριβές αλλά όχι καλή επαναληψιμότητα



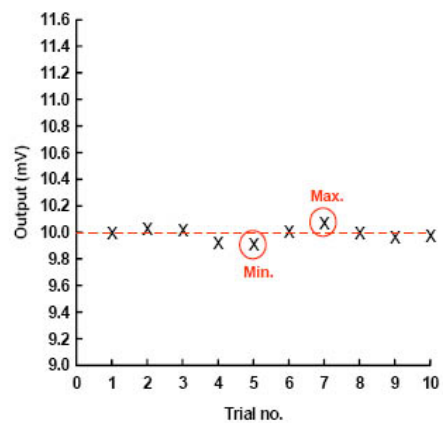
Δυναμόμετρο

- Όχι ακριβεία αλλά με καλή επαναληψιμότητα



Δυναμόμετρο

- Ακριβές και με καλή επαναληψιμότητα

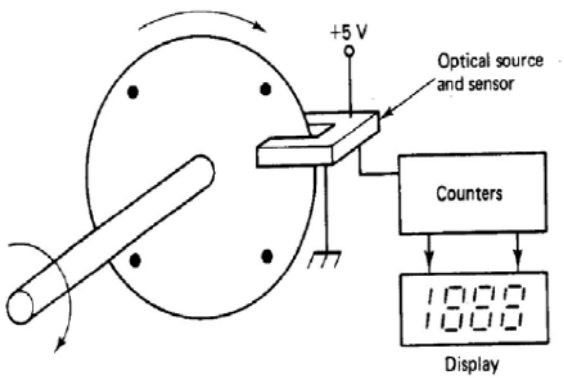


Στατικά Χαρακτηριστικά

Διακριτική Ικανότητα (resolution): ορίζεται ως το ελάχιστο ποσό μεταβολής του μετρούμενου μεγέθους του οργάνου που οδηγεί σε ευδιάκριτη αλλαγή της εξόδου. Εκφράζεται ως ποσοστό του εύρους του μετρούμενου μεγέθους

$$\Delta\text{ΙΑΚΡΙΤΙΚΗ ΙΚΑΝΟΤΗΤΑ }(\%) = \frac{\Delta x}{r_i}100$$

Εάν η είσοδος αυξάνεται από το μηδέν, θα υπάρχει κάποια ελάχιστη τιμή μικρότερη της οποίας δεν θα υπάρχει ευδιάκριτη μεταβολή της εξόδου. Αυτή η ελάχιστη τιμή καθορίζει το κατώφλι (**Threshold)** του οργάνου.

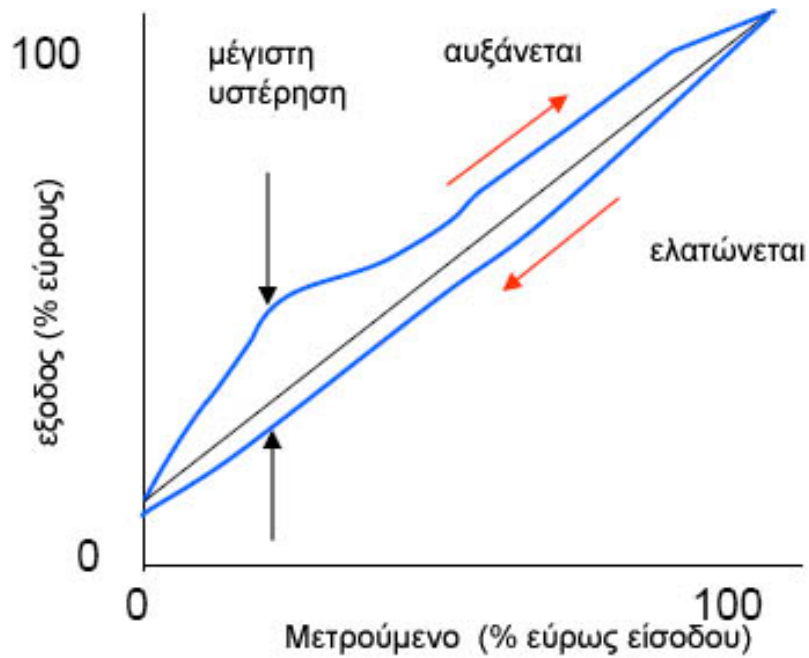


Κάθε φορά που ο άξονας περιστρέφεται κατά ¼ μίας περιστροφής, δημιουργείται ένας παλμός. Άρα, ο κωδικοποιητής αυτός έχει 90° διακριτική ικανότητα.

Απλός οπτικός κωδικοποιητής

Στατικά Χαρακτηριστικά

Υστέριση (Hysteresis): ορίζεται ως η διαφορά της εξόδου των αισθητήρων για δεδομένη τιμή εισόδου x, όταν το x αυξάνεται και μειώνεται ή αντίστροφα. (εκφράζεται σε % του εύρους εξόδου) (ενδεικτικό μέγεθος της αναπαραγωγής της μέτρησης).



Στατικά Χαρακτηριστικά

Γραμμικότητα (επίσης ονομάζεται Nonlinearity)**:** Μέτρηση της απόκλισης της καμπύλης βαθμονόμησης από την ευθεία γραμμή. Εκφράζεται ως ποσοστό του εύρους (FSO).

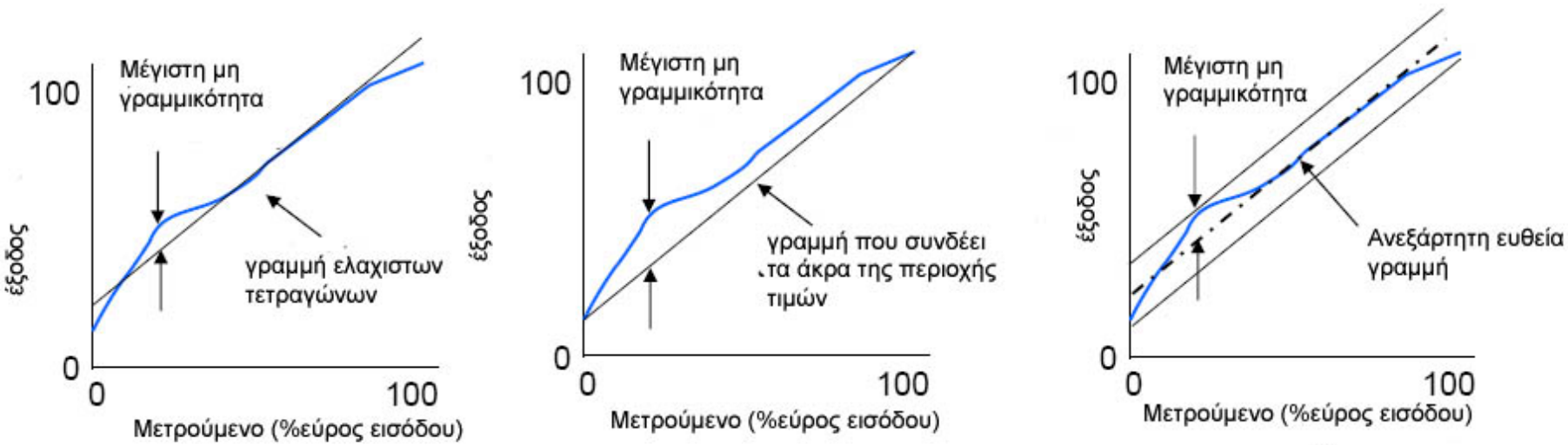
(1) Ευθεία ελαχίστων τετραγώνων

(2) Ευθεία γραμμή που συνδέει τα άκρα της περιοχής τιμών

(3) ανεξάρτητη ευθεία γραμμή

Προβλεπόμενη έξοδος με βάση τη γραμμική σχέση: $y_L(x) = a_0 + a_1 x$

Σφάλμα γραμμικότητας: $e_L(x) = y_L(x) - y(x)$

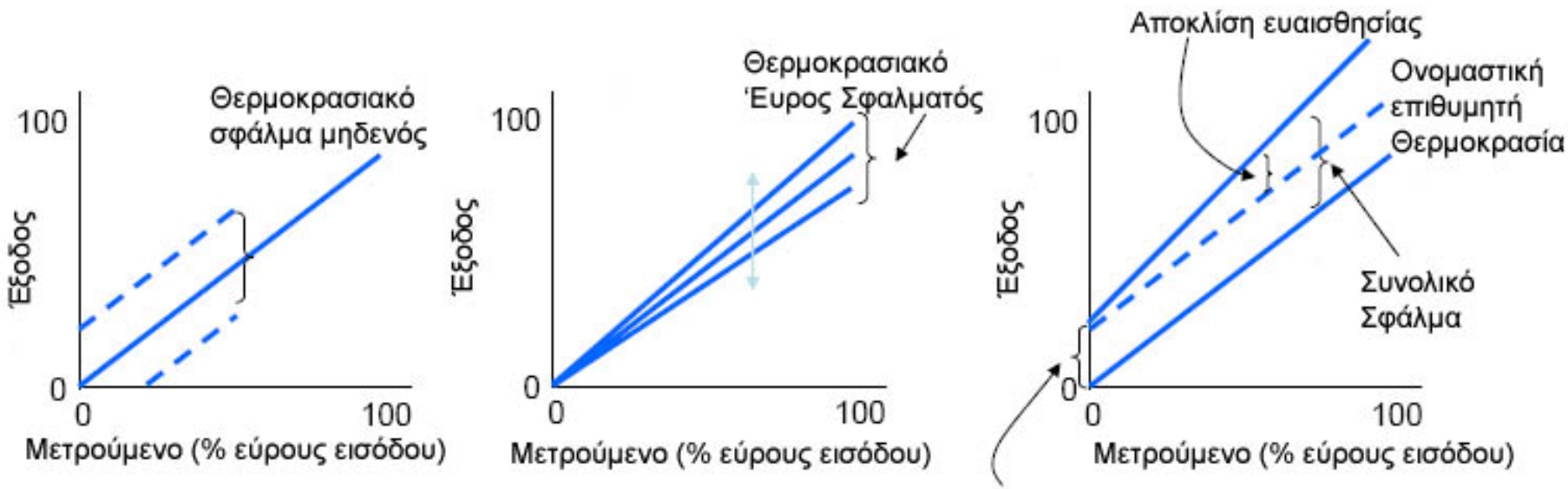


Στατικά Χαρακτηριστικά

Συνθήκες λειτουργίας: Οι περιβαλλοντικές συνθήκες μπορεί να έχουν σημαντικές επιδράσεις στη λειτουργία του αισθητήρα. Αυτές περιλαμβάνουν τη θερμοκρασία, την ταλάντωση, την επιτάχυνση, τον κραδασμό, την πίεση, την υγρασία, τα διαβρωτικά υλικά και το ηλεκτρομαγνητικό πεδίο.

Μηδενική Απόκλιση Θερμοκρασίας: η αλλαγή του επιπέδου της εξόδου ενός μετατροπέα συναρτήσει της μεταβολής της θερμοκρασίας για μηδενική είσοδο.

Απόκλιση ευαισθησίας λόγω Θερμοκρασίας: η αλλαγή της ευαισθησίας της εξόδου ενός μετατροπέα συναρτήσει της θερμοκρασίας για είσοδο σε δεδομένη περιοχή τιμών



Στατικά Χαρακτηριστικά

Συνολικό Σφάλμα: Μία εκτίμηση του συνολικού σφάλματος του αισθητήρα με βάση όλα τα γνωστά σφάλματα, Υπολογίζεται ως εξής:

Για τη χειρότερη περίπτωση:

$$e_c = |e_1| + |e_2| + |e_3| + ... + |e_n|$$

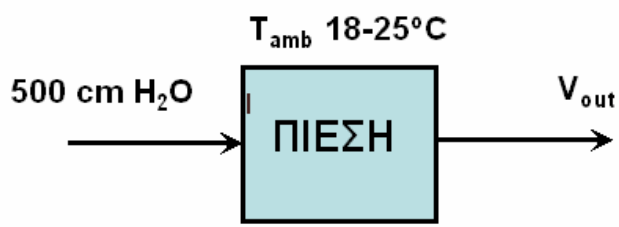
Για την προσέγγιση ως η ρίζα του αθροίσματος των τετραγώνων των σφαλμάτων:

$$e_{rss} = \sqrt{e_1^2 + e_2^2 + e_3^2 + ...e_n^2}$$

Στατικά Χαρακτηριστικά

ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑ	
ΠΕΡΙΟΧΗ ΤΙΜΩΝ	0-1000 cm H_2O
ΔΙΕΓΕΡΣΗ	±15 V dc
ΠΕΡΙΟΧΗ ΤΙΜΩΝ	0-5 V
ΠΕΡΙΟΧΗ ΤΙΜΩΝ ΘΕΡΜΟΚΡΑΣΙΑΣ	0-50°C nominal at 25°C
ΣΦΑΛΜΑΤΑ	
ΣΦΑΛ.ΓΡΑΜΜΙΚΟΤΗΤΑΣ e_L	±0.5%FSO
ΣΦΑΛ. ΥΣΤΕΡΗΣΕΩΣ e_h	Less than ±0.15%FSO
ΣΦΑΛ. ΕΥΑΙΣΘΗΣΙΑΣ e_S	±0.25%of reading
ΣΦΑΛ. ΘΕΡΜΙΚΗΣ ΕΥΑΙΣΘΗΣΙΑΣ e_{ST}	0.02%/°C of reading from 25°C
ΑΠΟΚΛΙΣΗ ΤΟΥ ΜΗΔΕΝΩΣ ΛΟΓΩ ΘΕΡΜΟΚΡΑΣΙΑΣ e_{ZT}	0.02%/°C FSO from 25°C

- **Ο μετατροπέας χρησιμοποιείται για τη μέτρηση πίεσης 500 cm H2O. Η θερμοκρασία του περιβάλλοντος κυμαίνεται από 18°C έως 25°C. Υπολογίστε το μέγεθος κάθε στοιχειώδους σφάλματος που επηρεάζει τη μετρούμενη πίεση**



Στατικά Χαρακτηριστικά

Υπολογισμοί σφαλμάτων μετατροπέα πίεσης

Σφάλματα	*Απόλυτα σφάλματα εισόδου*	*Απόλυτα σφάλματα που προκύπτουν για την είσοδο*
Σφάλμα γραμμικότητας e_L		
Σφάλμα υστερήσεως e_h	± 25 mV	± 5 cm H_2O
Σφάλμα ευαισθησίας e_S	± 7.5 mV	± 1.5 cm H_2O
Σφάλμα θερμικής ευαισθησίας e_{ST}	± 6.25 mV	± 1.25 cm H_2O
Thermal zero drift e_{ZT}	+ 3.5 mV	+0.7 cm H_2O
	+ 7.0 mV	+1.4 cm H_2O
Σφάλμα χειρότερης περίπτωσης	± 49.25 mV = 0.99 %FSO	± 9.9 cm H_2O
Σφάλμα της ρίζας του αθροίσματος των τετραγώνων	± 27.95 mV = 0.56 %FSO	± 5.6 cm H_2O

Σφάλμα χειρότερης περίπτωσης

$$e_c = |e_L| + |e_h| + |e_S| + |e_{ST}| + |e_{ZT}|$$

$$= \pm 25 \pm 7.5 \pm 6.25 \pm 3.5 \pm 7 \;\; = \pm 49.25 \text{ mV}$$

$$= 0.99\,\%\text{FSO} = 1.98\,\% \text{ ένδειξης}$$

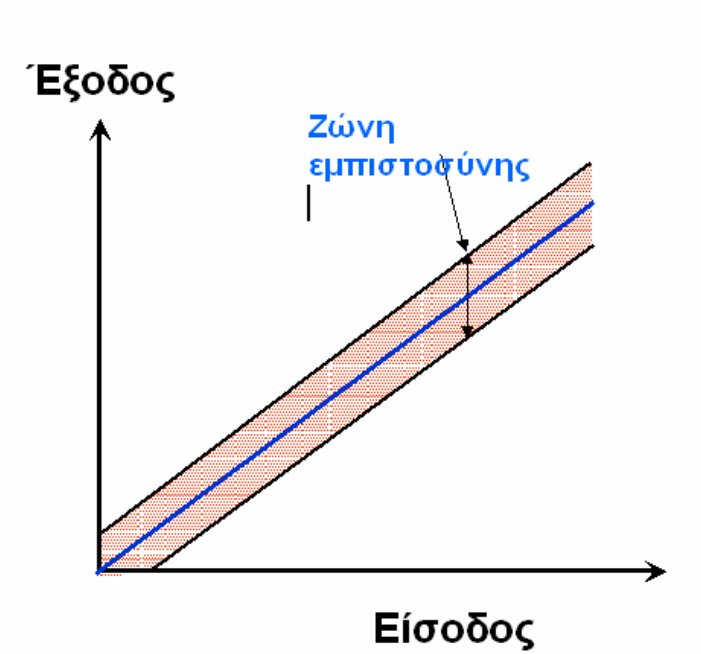
Σφάλμα ρίζας του αθροίσματος των τετραγώνων των σφαλμάτων

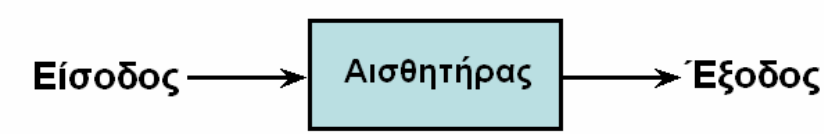
$$e_{rss} = \sqrt{e_L^2 + e_h^2 + e_S^2 + e_{ST}^2 + e_{ZT}^2}$$

$$= \pm 25^2 \pm 7.5^2 \pm 6.25^2 \pm 3.5^2 \pm 7 = \pm 49.25 mV$$

$$= 0.99\% FSO = 1.98\% \text{ ένδειξης}$$

Στατικά Χαρακτηριστικά





Βασικές προδιαγραφές

Περιοχή τιμών εισόδου

Περιοχή τιμών εξόδου

Μετατόπιση

Ευαισθησία

Προδιαγραφές απόδοσης

Ακρίβεια

Διακριτική ικανότητα

Επαναληψημότητα

Υστέρηση

Γραμμικότητα

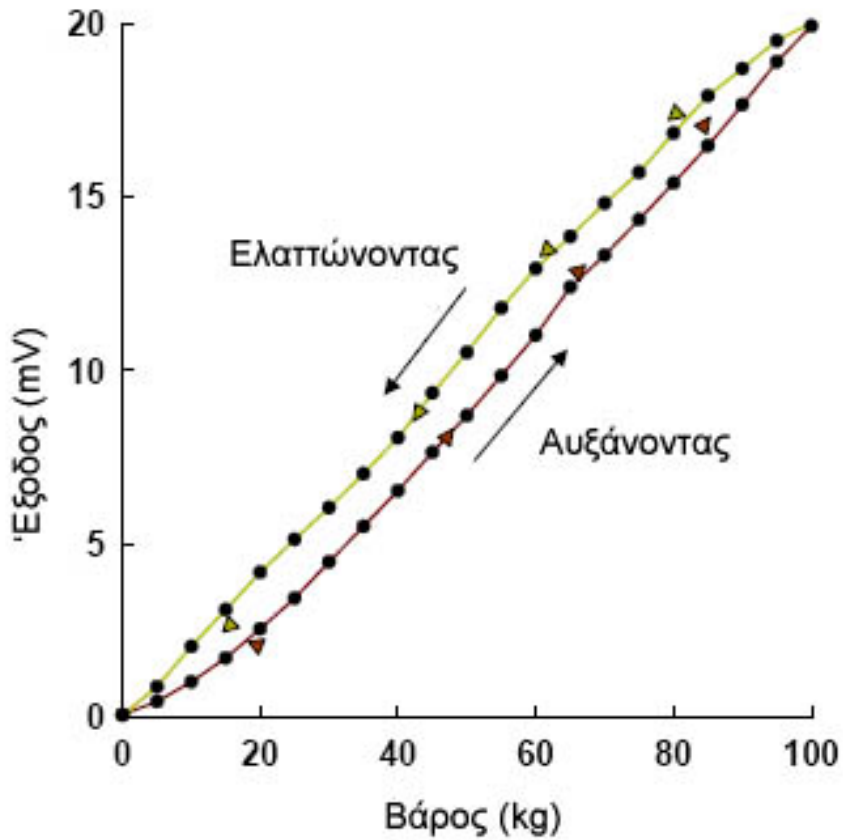
Περιβαλλοντικοί παράμετροι

Στατικά Χαρακτηριστικά

- **Έξοδος (mV)**

-

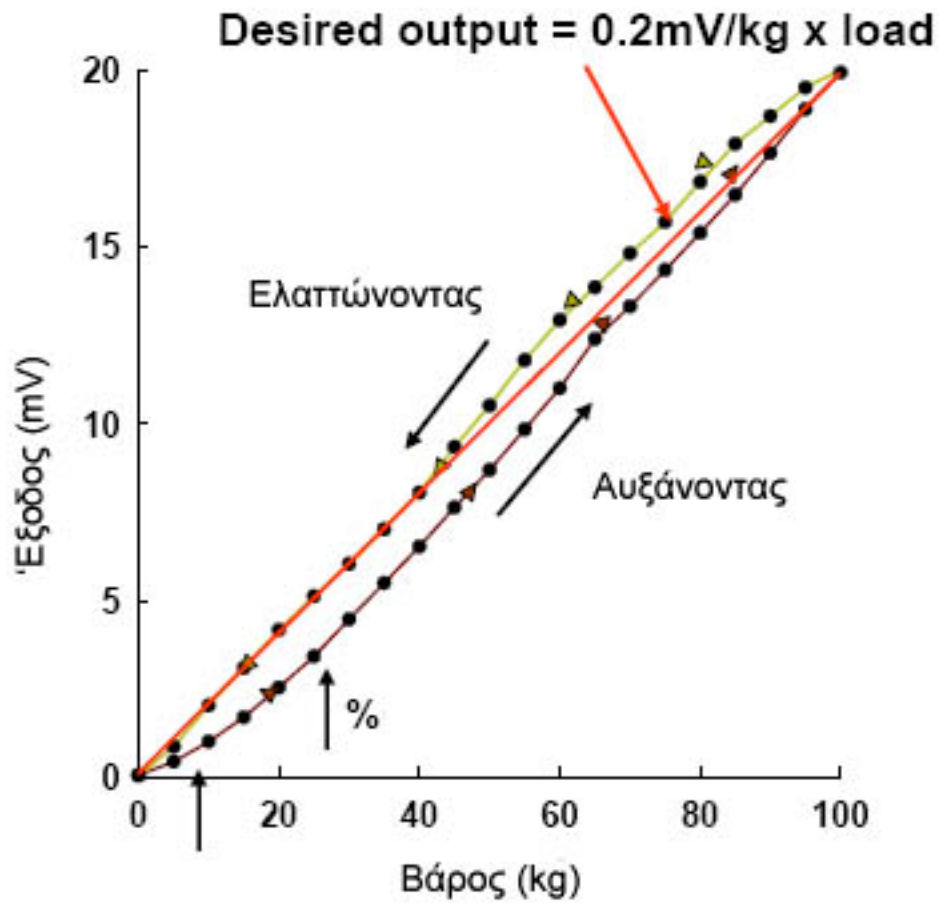
Βάρος (kg)	Αυξάνοντας	Μειώνοντας
0	0.08	0.06
5	0.45	0.88
10	1.02	2.04
15	1.71	3.10
20	2.55	4.18
25	3.43	5.13
30	4.48	6.04
35	5.50	7.02
40	6.53	8.06
45	7.64	9.35
50	8.70	10.52
55	9.85	11.80
60	11.01	12.94
65	12.40	13.86
70	13.32	14.82
75	14.35	15.71
80	15.40	16.84
85	16.48	17.92
90	17.66	18.70
95	18.90	19.51
100	19.93	20.02



Στατικά Χαρακτηριστικά

α)Ακρίβεια

ΒΑΡΟΣ (kg)	(mV)	ΕΞΟΔΟΣ(mV)	ΣΦΑΛΜΑ	%ΕΥΡΟΣ ΕΞΟΔΟΥ	%ΕΝ
0	0	0.08	-0.08	-0.40	a
5	1	0.45	0.55	2.75	55.
10	2	1.02	0.98	4.90	49.
15	3	1.71	1.29	6.45	43.
20	4	2.55	1.45	7.25	36.
25	5	3.43	1.57	7.85	31.
30	6	4.48	1.52	7.60	25.
35	7	5.50	1.50	7.50	21.
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
25	5	5.13	-0.13	-0.65	-2.
20	4	4.18	-0.18	-0.90	-4.
15	3	3.10	-0.10	-0.50	-3.
10	2	2.04	-0.04	-0.20	-2.
5	1	0.88	0.12	0.60	12.
0	0	0.06	-0.06	-0.30	a



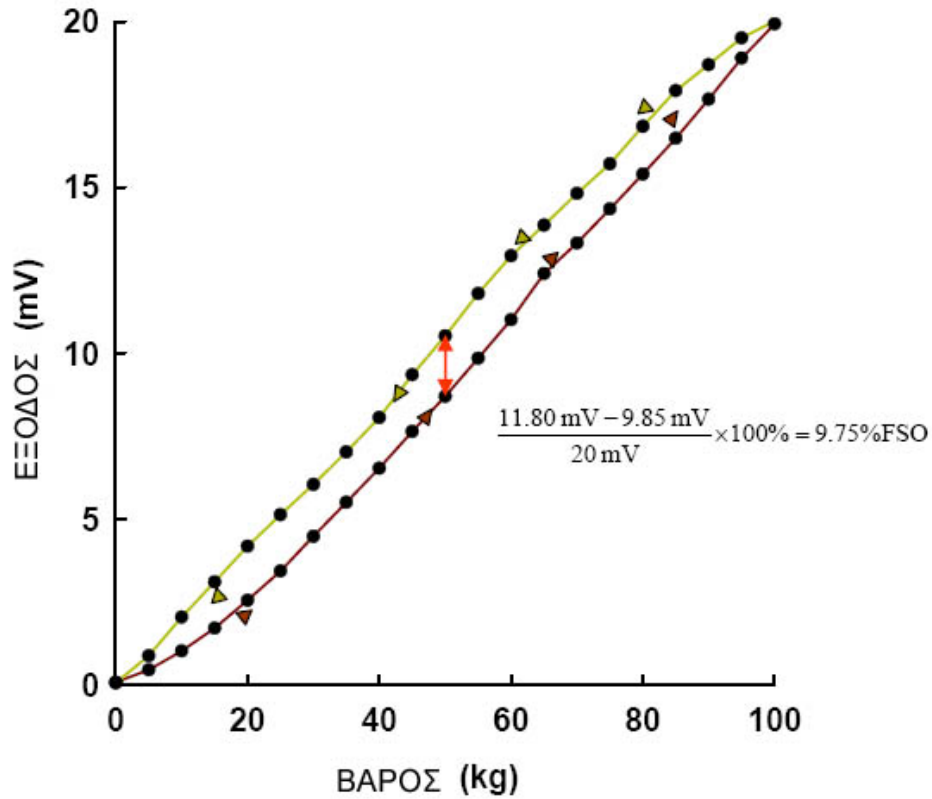
Ακρίβεια: 7.85% εύρους για 25 kg αυξάνοντας

55% ένδειξης για 5 kg αυξάνοντας

Στατικά Χαρακτηριστικά

(b) Υστέρηση

ΒΑΡΟΣ (kg)	ΕΞΟΔΟΣ (mV) ΑΥΞΑΝΟΝΤΑΣ	ΕΛΑΤΩΝΟΝΤΑΣ	ΥΣΤΕΡΗΣΗ (%FSO)
0	0.08	0.06	0.10
5	0.45	0.88	2.15
10	1.02	2.04	5.10
15	1.71	3.10	6.95
20	2.55	4.18	8.15
25	3.43	5.13	8.50
30	4.48	6.04	7.80
35	5.50	7.02	7.60
40	6.53	8.06	7.65
45	7.64	9.35	8.55
50	8.70	10.52	9.10
55	9.85	11.80	9.75
60	11.01	12.94	9.65
65	12.40	13.86	7.30
70	13.32	14.82	7.50
75	14.35	15.71	6.80
80	15.40	16.84	7.20
85	16.48	17.92	7.20
90	17.66	18.70	5.20
95	18.90	19.51	3.05
100	19.93	20.02	0.45

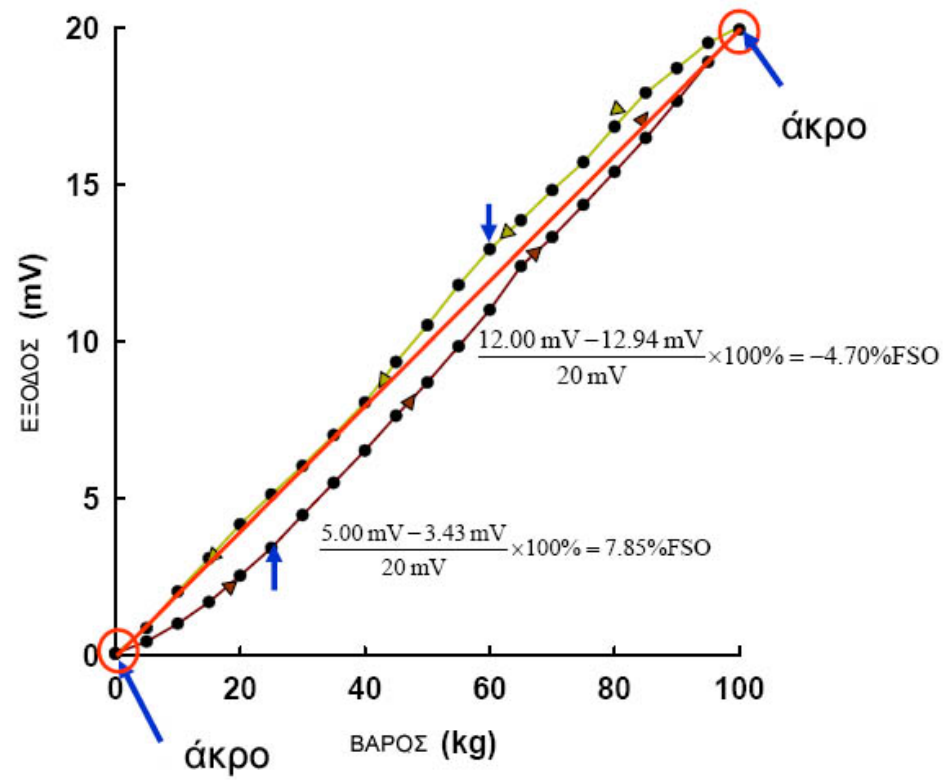


Hysteresis = 9.75 %FSO για 55 kg

Στατικά Χαρακτηριστικά

(c) Γραμμικότητα: Ευθεία γραμμή που συνδέει τα άκρα της περιοχής τιμών

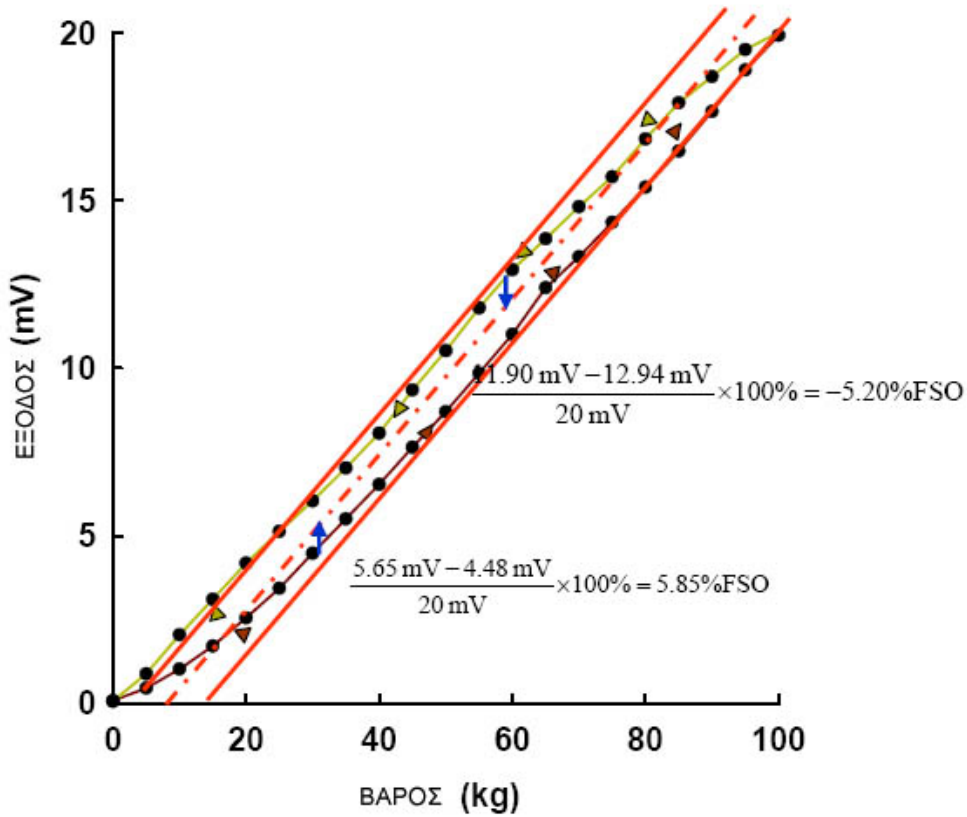
ΒΑΡΟΣ (kg)	ΓΡΑΜΜΗ ΑΚΡΩΝ (mV)	ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΗ ΕΞΟΔΟΣ (mV)	ΓΡΑΜΜΙΚΟΤΗΣ (%FSO)
0	0	0.08	-0.40
5	1	0.45	2.75
10	2	1.02	4.90
15	3	1.71	6.45
20	4	2.55	7.25
25	5	3.43	7.85
30	6	4.48	7.60
35	7	5.50	7.50
⋮	⋮	⋮	⋮
65	13	13.86	-4.30
60	12	12.94	-4.70
55	11	11.80	-4.00
50	10	10.52	-2.60
45	9	9.35	-1.75
40	8	8.06	-0.30
35	7	7.02	-0.10
30	6	6.04	-0.20
25	5	5.13	-0.65
20	4	4.18	-0.90
15	3	3.10	-0.50
10	2	2.04	-0.20
5	1	0.88	0.60
0	0	0.06	-0.30



Linearity = 7.85 %FSO για 25 kg
=-4.70 %FSO για 60 kg

Στατικά Χαρακτηριστικά

- **(c) Γραμμικότητα: Ανεξάρτητη Ευθεία γραμμή**



Linearity = 5.85 %FSO για 30 kg
=-5.20 %FSO για 60 kg

Στατικά Χαρακτηριστικά

(c) Γραμμικότητα: Ευθεία γραμμή ελαχίστων τετράγωνων

Μέθοδος ελαχίστων τετραγώνων: ελαχιστοποιεί το άθροισμα των τετραγώνων των κατακόρυφων αποκλίσεων των σημείων των δεδομένων από την ευθεία.

Θα υπολογίσουμε το y από $y = mx + b$

$$m = \frac{N\sum xy - \sum x \sum y}{N\sum x^2 - \left(\sum x\right)^2}$$

$$b = \frac{\sum y}{N} - m\frac{\sum x}{N}$$

N = Συνολικός αριθμός δεδομένων

Στατικά Χαρακτηριστικά

x=Βήμα εισόδου (kg)
y=Βάρος 'Εξοδου (mV)

	x	y	x^2	xy
	0	0.08	0.00	0
	5	0.45	25.00	2.25
	10	1.02	100.00	10.2
	15	1.71	225.00	25.65
	20	2.55	400.00	51
	25	3.43	625.00	85.75
	30	4.48	900.00	134.4
	35	5.50	1225.00	192.5
	40	6.53	1600.00	261.2
	45	7.64	2025.00	343.8
	⋮	⋮	⋮	⋮
	45	9.35	2025.00	420.75
	40	8.06	1600.00	322.4
	35	7.02	1225.00	245.7
	30	6.04	900.00	181.2
	25	5.13	625.00	128.25
	20	4.18	400.00	83.6
	15	3.10	225.00	46.5
	10	2.04	100.00	20.4
	5	0.88	25.00	4.4
	0	0.06	0.00	0
Σ	2100	409.89	143500	28499.45

Αριθμός Δεδομένων $N = 42$

$$m = 0.2079 \text{ mV/kg}$$
$$b = -0.6368 \text{ mV}$$

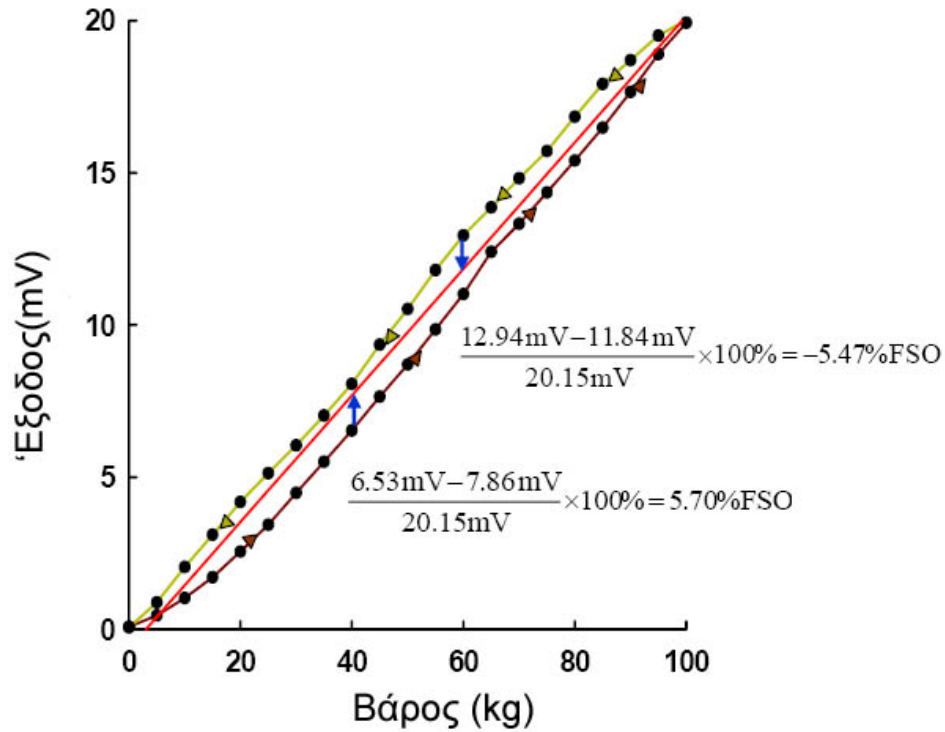
Αναλυτική Εξίσωση Προσαρμογής

$$y = 0.2079 \text{ mV/kg } x - 0.6368 \text{ mV}$$

Στατικά Χαρακτηριστικά

(c) Γραμμικότης: Ευθεία ελαχίστων τετράγωνων

	(mV)	(mV)	(%FSO)
0	-0.64	0.08	-3.56
5	0.40	0.45	-0.23
10	1.44	1.02	2.10
15	2.48	1.71	3.83
20	3.52	2.55	4.82
25	4.56	3.43	5.61
30	5.60	4.48	5.56
35	6.64	5.50	5.66
40	7.68	6.53	5.70
45	8.72	7.64	5.35
50	9.76	8.70	5.25
⋮	⋮	⋮	⋮
65	12.88	13.86	-4.88
60	11.84	12.94	-5.47
55	10.80	11.80	-4.97
50	9.76	10.52	-3.78
45	8.72	9.35	-3.13
40	7.68	8.06	-1.89
35	6.64	7.02	-1.89
30	5.60	6.04	-2.18
25	4.56	5.13	-2.83
20	3.52	4.18	-3.27
15	2.48	3.10	-3.07
10	1.44	2.04	-2.97
5	0.40	0.88	-2.37
0	-0.64	0.06	-3.46



Linearity = 5.70 %FSO για 40 kg
=-5.47 %FSO για 60 kg